

COGNOME  NOME  Matr.

Complementi di Analisi Matematica  
10 febbraio 2012

**Esercizio 1** (7 punti)

Verificare che il campo vettoriale  $\mathbf{F} : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$

$$\mathbf{F}(x, y) = (2y^2 - 9yx^2 - 3x^2, 4y^3 + 4xy - 3x^3)$$

è conservativo e calcolarne un potenziale. Calcolare quindi il lavoro di  $\mathbf{F}$  lungo la curva  $\gamma$ , grafico di

$$f(x) = x^3 - x^2 + 2, \quad x \in [0, 1]$$

Risultato:

Calcoli:

**Esercizio 2** (8 punti)

Sia  $\Sigma$  la superficie laterale di un tronco di cono, descritta da

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}, 1/4 \leq x^2 + y^2 \leq 1\}$$

Sia  $\mathbf{F} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (2x - z, 2y + 2z, x^2 + y^2)$$

Calcolare il flusso di  $\mathbf{F}$  attraverso  $\Sigma$ , ovvero l'integrale di superficie  $\int_{\Sigma} \mathbf{F} \cdot \hat{n} \, dS$ , scegliendo il versore normale  $\hat{n}$  che punta verso l'alto ( $\hat{n} \cdot \hat{k} \geq 0$ )

Risultato:

Calcoli:

**Esercizio 3** (8 punti)

Calcolare il massimo ed il minimo assoluti della funzione  $f(x, y, z) = x - 2y + z$  ristretta alla superficie

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 \leq 3\}$$

Risultato:

Calcoli:

**Esercizio 4** (7 punti)

Un cassetto contiene 8 calzini bianchi e 6 neri. Si estraggono a caso 2 calzini.

1. Calcolare la probabilità che i calzini estratti siano spaiati.
2. Sapendo che i calzini estratti sono entrambi dello stesso colore, qual è la probabilità che siano bianchi?

Risultato:

Calcoli: