

COGNOME NOME Matr.

Complementi di Analisi Matematica
14 gennaio 2014

Esercizio 1 (8 punti) Calcolare, punto per punto, la curvatura della curva γ di parametrizzazione:

$$\alpha(t) = (t \cos(t), t \sin(t), t), \quad t \in [0, \pi].$$

Calcolare inoltre il lavoro lungo γ del campo $\mathbf{F} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (1, -1, z).$$

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 2 (9 punti)

Calcolare il massimo e il minimo assoluto della funzione $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2y$ sull'insieme

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2, y \geq x, y \geq -x\}$$

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 3 (9 punti)

Si calcoli l'integrale di superficie $\int_{\Sigma} \mathbf{F} \cdot \hat{n} \, dS$, dove $\mathbf{F} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ è il campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, 2z)$ e Σ è la superficie:

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid z = \sqrt{x^2 + y^2}, x^2 + y^2 \leq 1\}$$

orientata in modo tale che il versore normale \hat{n} punti verso il basso (cioé $\hat{n} \cdot k \leq 0$).

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 4 (7 punti)

Una fabbrica di biro ha tre stabilimenti: nel primo vengono prodotte il 50% delle biro, nel secondo il 30% e nel terzo il 20%. Sappiamo che il 3% delle biro prodotte nel primo stabilimento, il 5% delle biro prodotte nel secondo stabilimento e il 6% di quelle prodotte nel terzo stabilimento presentano dei difetti.

Qual è la probabilità che una biro difettosa sia stata prodotta nel primo stabilimento?

Risultato:

Calcoli: