

COGNOME NOME Matr.

Complementi di Analisi Matematica
21 dicembre 2012

Esercizio 1 (7 punti)

Determinare per quale valore del parametro reale $\alpha \in \mathbf{R}$ il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (y + 4x^3, \alpha x - z, -y + 3z^2)$$

è conservativo. Per tale valore di α calcolare un potenziale.

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 2 (8 punti)

Si calcoli l'integrale $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz$, dove $f(x, y, z) = |x + y|$ e

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4, \frac{x^2 + y^2}{2} \leq z \leq 1 + x^2 + y^2\}$$

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 3 (8 punti)

Si consideri la superficie Σ del toro, di equazione parametrica

$$r(\phi, \theta) = (-\sin \phi(3 + \cos \theta), \cos \phi(3 + \cos \theta), \sin \theta), \quad (\phi, \theta) \in [0, 2\pi] \times [0, 2\pi].$$

- a Si calcoli l'integrale di superficie $\int_{\Sigma} f dS$ della funzione $f(x, y, z) = 1 + z$
- b Si calcoli il flusso uscente $\int_{\Sigma} \mathbf{F} \cdot \hat{n} dS$ del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (0, 0, x^2 + y^2)$.

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 4 (7 punti)

Un'urna contiene 10 palline, numerate dall'1 al 10. Si effettuano 2 estrazioni e dopo la prima estrazione la pallina estratta non viene reinserita nell'urna. Calcolare la probabilità che i due numeri estratti siano consecutivi. Come cambia tale valore se dopo la prima estrazione la pallina viene reinserita nell'urna?

Risultato:

Calcoli: