COGNOME ______ NOME ______ Matr. ______

Analisi Matematica 2

7 novembre 2014

Esercizio 1 (8 punti)

Si consideri la funzione $f(x, y) = 2 \log(2 + x^2 + y^2) - xy$.

- Si calcolino i punti stazionari di f e si determini se sono punti di massimo locale, di minimo locale o di sella.
- Si determinino il massimo ed il minimo assoluto di f sul segmento di estremi $(0, 0)$ e $(-1, -1)$.

Risultato: ______

Calcoli:

Esercizio 2 (8 punti)

Si consideri l'insieme $\Omega \subset \mathbf{R}^3$ compreso fra i piani di equazione $z = 0$ e $z = x - y + 1$ e interno al cilindro di equazione $x^2 + y^2 \leq 1$:

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \, : \, x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq x - y + 1\}$$

- Si rappresenti graficamente la proiezione di Ω sul piano xy.
- Si calcoli il volume di Ω

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 3 (7 punti)
Si consideri la curva piana $\gamma \subset \mathbf{R}^2$ descritta in forma parametrica da:

$$\alpha(\theta) = \left(\theta^2 \cos\theta, \theta^2 \sin\theta\right), \qquad \theta \in [0, 2\pi]$$

- Rappresentare graficamente la curva γ.
- Calcolare la lunghezza di γ.
- Calcolare, punto per punto, la curvatura.

Risultato: $\boxed{}$
Calcoli:

Esercizio 4 (7 punti)
Si consideri l'insieme $\Omega \subset \mathbf{R}^2$

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 \leq y \leq 1 + x^2, 1 \leq x \leq 2\}$$

- Si rappresenti graficamente Ω
- Si calcoli l'area di Ω.
- Si determini un cambiamento di variabili che trasformi Ω in un rettangolo e si stabilisca se tale trasformazione è un diffeomorfismo motivando la risposta. Si calcoli inoltre il determinante della matrice Jacobiana della trasformazione.

Risultato:

Calcoli: