

COGNOME  NOME  Matr.

Analisi Matematica 2  
7 novembre 2014

**Esercizio 1** (8 punti)

Si consideri la funzione  $f(x, y) = 4 \log(4 + x^2 + y^2) - xy$ .

- Si calcolino i punti stazionari di  $f$  e si determini se sono punti di massimo locale, di minimo locale o di sella.
- Si determinino il massimo ed il minimo assoluto di  $f$  sul segmento di estremi  $(0, 0)$  e  $(1, -1)$ .

Risultato:

Calcoli:

**Esercizio 2** (8 punti)

Si consideri l'insieme  $\Omega \subset \mathbf{R}^3$  compreso fra i piani di equazione  $z = 0$  e  $z = -y - x + 1$  e interno al cilindro di equazione  $x^2 + y^2 \leq 1$ :

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq -y - x + 1\}$$

- Si rappresenti graficamente la proiezione di  $\Omega$  sul piano  $xy$ .
- Si calcoli il volume di  $\Omega$

Risultato:

Calcoli:

**Esercizio 3** (7 punti)

Si consideri la curva piana  $\gamma \subset \mathbf{R}^2$  descritta in forma parametrica da:

$$\alpha(\theta) = (\theta^2 \sin \theta, \theta^2 \cos \theta), \quad \theta \in [0, \pi]$$

- Rappresentare graficamente la curva  $\gamma$ .
- Calcolare la lunghezza di  $\gamma$ .
- Calcolare, punto per punto, la curvatura.

Risultato:

Calcoli:

**Esercizio 4** (7 punti)

Si consideri l'insieme  $\Omega \subset \mathbf{R}^2$

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y^2 \leq x \leq 1 + y^2, 1 \leq y \leq 2\}$$

- Si rappresenti graficamente  $\Omega$
- Si calcoli l'area di  $\Omega$ .
- Si determini un cambiamento di variabili che trasformi  $\Omega$  in un rettangolo e si stabilisca se tale trasformazione è un diffeomorfismo motivando la risposta. Si calcoli inoltre il determinante della matrice Jacobiana della trasformazione.

Risultato:

Calcoli: