COGNOME [ ] NOME [ ] Matr. [ ]

Analisi Matematica 2

18 dicembre 2014

Esercizio 1 (7 punti) Si calcoli il flusso del campo vettoriale $F(x,y,z) = (y^2, z^2, x^2)$ attraverso la superficie $\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 1, x \leq 1/2\}$, orientata in modo tale che il versore normale soddisfi la diseguaglianza $\hat{n}(x,y,z) \cdot (x,y,z) > 0$.

Risultato: [ ]

Calcoli:

Esercizio 2 (8 punti)

Si consideri la curva γ intersezione fra la superficie cilindrica di equazione $x^2 + y^2 = 2$ ed il piano di equazione $x + y + z = 0$.

1. Si fornisca una parametrizzazione di γ.
2. Si calcoli la circuitazione del campo vettoriale $F(x, y, z) = (y, z, x)$ lungo γ utilizzando la parametrizzazione ricavata al punto 1
3. Riguardando γ come bordo della superficie Σ intersezione del cilindro $x^2 + y^2 \leq 2$ e del piano di equazione $x + y + z = 0$, si calcoli il flusso del campo $\operatorname{rot}(F)$ su Σ e si verifichi la validità del teorema del rotore.

Risultato: $\boxed{}$

Calcoli:

Esercizio 3 (7 punti)

Determinare per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ il campo vettoriale $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$

$$F(x, y, z) = (\cos(zy), -zx\sin(zy) - 2z, 2ze^{z^2} - \alpha y - xy\sin(zy))$$

è conservativo. Per tale valore di α, calcolare un potenziale U e il lavoro di F lungo la curva γ di parametrizzazione

$$\alpha(t) = (t\cos t, t\sin t, t^2), \qquad t \in [0, \pi].$$

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 4 (8 punti)

Sviluppare in serie di Fourier la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ di periodo $T = 2\pi$ definita da:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x \in [-\pi, 0) \\ e^{-x} & \text{per } x \in [0, \pi) \end{cases}$$

Calcolare inoltre la somma della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-e^{-\pi}(-1)^n}{n^2+1}$.

Risultato:

Calcoli: