COGNOME [ ] NOME [ ] Matr. [ ]

Analisi Matematica 2

Seconda prova in itinere (fac simile)

Esercizio 1 (8 punti)
Si consideri la superficie conica $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z = 2\sqrt{x^2 + y^2}, z \leq 4\}$.

1. Si fornisca una rappresentazione di Σ in forma parametrica.
2. Si determini l'equazione del piano tangente a Σ nel punto $(1, 1, 2\sqrt{2})$.
3. Fissata l'orientazione di Σ in modo tale che il versore normale $\hat{n}$ soddisfi la condizione $\hat{n} \cdot (0, 0, 1) < 0$ e utilizzando la rappresentazione di Σ in forma parametrica derivata al punto 2(a), calcolare il flusso attraverso Σ del campo vettoriale $F(x, y, z) = (x, y, z^2)$.
4. Calcolare la stessa quantità utilizzando il teorema della divergenza.

Risultato: [ ]

Calcoli:

Esercizio 2 (7 punti)

Si consideri la funzione $f(x, y) = (x-1)^2 + y^2$ e si calcoli l'area della superficie

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z = f(x, y), 0 \le z \le 1\}$$

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 3 (8 punti)

Sviluppare in serie di Fourier la funzione di periodo 2π definita sull'intervallo $[-\pi, \pi]$ da $f(x) = |x|$. Utilizzare lo sviluppo in serie per calcolare $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$

Risultato: $\boxed{}$

Calcoli:

Esercizio 4 (7 punti)

Verificare che il seguente campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(z\sin(x) + \frac{e^{5y}}{5}, y^2 z + xe^{5y}, \frac{y^3}{3} - \cos(x) \right)$$

è irrotazionale e calcolarne un potenziale.

Risultato: $\boxed{}$

Calcoli: