COGNOME ______ NOME ______ Matr. ______

Analisi Matematica 2 - 1a prova in itinere

5 novembre 2015

Esercizio 1 Si consideri la curva $\gamma \subset \mathbf{R}^3$ intersezione del cono $C = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}, z \geq 0\}$ e del piano di equazione $z = x$.

1. Fornire una parametrizzazione di γ e mostrare che è regolare
2. Calcolare il versore tangente nel punto di coordinate $(1/2, 0, 1/2)$
3. Calcolare la lunghezza di γ.

Soluzione:

Esercizio 2

Si consideri l'insieme $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$.

1. rappresentare graficamente le curve γ_1, γ_2 e γ_3 intersezione di Ω con i piani xy, yz e xz rispettivamente. Costruire inoltre le parametrizzazioni di tali curve.

2. Calcolare il massimo ed il minimo assoluto della funzione $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$ definita da $f(x, y, z) = 4x + 4y - 12$ sull'insieme Ω

Soluzione:

Esercizio 3

Sia $\Omega \subset \mathbf{R}^2$ il quadrilatero di vertici (0,0), (2,-1), (3,0) e (1,1) e sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x, y) = x + y^2$

1. Si calcoli l'integrale doppio $\int\int_\Omega f(x, y)dxdy$ utilizzando le coordinate cartesiane (x, y).

2. Si costruisca una trasformazione T di coordinate che trasformi Ω in un rettangolo Ω'. Si dimostri che tale trasformazione è un diffeomorfismo globale e si rappresentino graficamente gli insiemi Ω e Ω'.

3. Si calcoli l'integrale $\int\int_\Omega f(x, y)dxdy$ utilizzando la formula di cambiamento di variabili e la trasformazione T introdotta al punto 2.

Soluzione: