COGNOME ☐ NOME ☐ Matr. ☐

Analisi Matematica 2 - 2a prova in itinere

14 dicembre 2015

Esercizio 1 Si consideri la superficie $\Sigma \subset \mathbf{R}^3$ ottenuta dalla rotazione attorno all'asse y della curva γ giacente sul piano yz, grafico della funzione $z = y^3$, con $y \in [1, 2]$.

1. Fornire una parametrizzazione di Σ.
2. Ricavare l'equazione del piano tangente a Σ nel punto di coordinate $(0, 3/2, 27/8)$,
3. Calcolare, utilizzando la parametrizzazione ricavata al punto 1, il flusso attraverso Σ del campo vettoriale $F(x, y, z) = (2x, z, y)$, scegliendo l'orientazione di Σ tale per cui il versore normale $\hat{n}$ soddisfa la diseguaglianza $\hat{n} \cdot \hat{e}_y \geq 0$.
4. Calcolare la stessa quantità utilizzando il teorema della divergenza

Soluzione:

Esercizio 2

Si consideri il campo vettoriale $F(x, y, z) = (zy\cos(xy), zx\cos(xy) + z^2, \sin(xy) + 2zy)$

1. Mostrare che F è irrotazionale
2. Calcolare un potenziale.
3. Calcolare il lavoro di F lungo la curva γ di parametrizzazione $\alpha(t) = (t, \sin t, t^2)$, $t \in [0, \pi/2]$.

Soluzione:

Esercizio 3

Calcolare la serie di Fourier della funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, periodica di periodo $T = 2$, definita per $x \in [-1, 1]$ da $f(x) = |\sin(x)|$.

Soluzione: