**Esercizi su curve e integrali di linea**

1. Si forniscano almeno due parametrizzazioni per la semicirconferenza

$$\gamma := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|, x^2 + y^2 = 4, y \leq 0\}$$

2. Si forniscano almeno due parametrizzazioni per la semicirconferenza

$$\gamma := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|, (x-1)^2 + (y-3)^2 = 1, x \geq 1\}$$

3. Si fornisca una parametrizzazione per le seguenti curve:

   (a) l'ellisse $\gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1\}$

   (b) $\gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1, x \geq 0\}$

   (c) $\gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x^2 + y^2 = 1, y \geq x\}$

   (d) la retta in $\mathbb{R}^3$ intersezione dei piani $z = 2x + y$ e $z = -x + 3y$

   (e) la curva in $\mathbb{R}^3$ intersezione del piano $x + y + z = 0$ con la superficie $x^2 + y = 0$

   (f) la curva in $\mathbb{R}^3$ intersezione del piano $z = 1$ con la superficie sferica $x^2 + y^2 + z^2 = 4$

   (g) la curva in $\mathbb{R}^3$ intersezione del piano $x + z = 0$ con la superficie sferica $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

4. Si calcoli la lunghezza della curva piana, grafico della funzione $y = \cosh(x)$, con $x \in [0, 5]$.

5. Si calcoli la lunghezza della curva $\gamma$, parametrizzata da:

$$\alpha(t) = (t, t^2/3, 2t^3/27) \qquad t \in [0, 3]$$

6. Si calcoli la lunghezza della curva $\gamma$, parametrizzata da:

$$\alpha(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t) \qquad t \in [0, 2\pi]$$

7. Si calcoli la lunghezza della curva espressa in coordinate polari da

$$\alpha(\theta) = (e^\theta \cos\theta, e^\theta \sin\theta) \qquad \theta \in [0, 2\pi]$$

8. Si calcoli la lunghezza della curva espressa in coordinate polari da
$$\alpha(\theta) = ((1+\cos\theta)\cos\theta, (1+\cos\theta)\sin\theta) \qquad \theta \in [0, 2\pi]$$

9. Si calcoli l'integrale di linea $\int_\gamma f ds$, dove $\gamma$ è la curva parametrizzata da
$$\alpha(t) = \Big(e^t \cos t, e^t \sin t, t\Big) \qquad t \in [0, \sqrt{2}/2]$$
e $f(x, y, z) = x^2 + y^2$

10. Si calcoli l'integrale di linea $\int_\gamma f ds$, dove $\gamma$ è la curva parametrizzata da
$$\alpha(t) = \Big(\frac{1}{2} - \frac{t^2}{2}, t, \frac{1}{2} + \frac{t^2}{2}\Big) \qquad t \in [0, \sqrt{2}/2]$$
e $f(x, y, z) = (2y^2 + 1)^{-3/2}$

11. Si calcolino le coordinate del baricentro della curva (cardioide) descritta da:
$$\alpha(\theta) = ((1+\cos\theta)\cos\theta, (1+\cos\theta)\sin\theta) \qquad \theta \in [0, 2\pi]$$
nell'ipotesi che la densità lineare di massa sia costante.

12. Si calcoli, punto per punto, la curvatura dell'ellisse di semiassi 2 e 5, parametrizzata da
$$\alpha(\theta) = (2\cos\theta, 5\sin\theta) \qquad \theta \in [0, 2\pi]$$

13. Si calcolino versore tangente, versore normale e curvatura in ogni punto della curva $\gamma$ parametrizzata da
$$\alpha(t) = (t + \cos t, t - \cos t, \sqrt{2}\sin t)$$

14. Si calcolino versore tangente, versore normale e curvatura della curva $\gamma$ parametrizzata da
$$\alpha(t) = ((2+\cos t)\sin t, (2+\cos t)\cos t, \sin t)$$
nel punto corrispondente al valore di $t = \pi/2$. Si determinino inoltre centro e raggio del cerchio osculatore in quel punto.

15. Si calcolino versore tangente, versore normale e curvatura in ogni punto dell'arco di spirale di Archimede, parametrizzato da:
$$\alpha(\theta) = (\theta\cos\theta, \theta\sin\theta) \qquad \theta \in [0, 2\pi]$$

16. Si calcolino versore tangente, versore normale e curvatura in ogni punto della curva grafico della funzione $y = \cosh x$.