COGNOME NOME Matr.

Analisi Matematica 2

Esercizio 1 (6 punti)

Verificare che il seguente campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$

$$\mathbf{F}(x,y) = \Big(2x\cos(xy) - (x^2y + y^3)\sin(xy), 2y\cos(xy) - (x^3 + xy^2)\sin(xy)\Big)$$

è irrotazionale e calcolarne un potenziale.

Calcolare infine il lavoro di $\mathbf{F}$ lungo la curva γ parametrizzata da $\alpha(t) = (2\cos t, 3\sin t)$, $t \in [0, \pi/2]$

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 2 (8 punti)

Determinare le coordinate (x_G, y_G) del baricentro della regione

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2, \mid 0 \leq y \leq 2 + \sin x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right\}$$

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 3 (9 punti) Si consideri la superfice Σ del toro, ottenuta dalla rotazione attorno all'asse z della circonferenza nel piano yz di equazione $(x-3)^2+z^2=1$

a Si calcoli l'integrale di superficie $\int\int_\Sigma f dS$ della funzione $f(x,y,z)=1+z$

b Si calcoli il flusso uscente $\int\int_\Sigma \mathbf{F}\cdot\hat{n} dS$ del campo vettoriale $\mathbf{F}(x,y,z)=(0,0,x^2+y^2)$.

Risultato: $\boxed{}$

Calcoli:

Esercizio 4 (7 punti)

Determinare il massimo ed il minimo assoluto della funzione $f(x, y) = -x^2 + y^2 - 2\sqrt{3}xy$ nell'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq x \leq y\}$.

Risultato:

Calcoli: