

COGNOME NOME Matr.

Analisi Matematica 2
9 febbraio 2015

Esercizio 1 (8 punti)

Si consideri la curva piana $\gamma \subset \mathbf{R}^2$ di equazione parametrica

$$\alpha(t) = (\sin(t/2) \cos t, \sin(t/2) \sin t), \quad t \in [0, \pi]$$

1. La curva γ è regolare? Motivare la risposta.
2. Calcolare il valore del parametro $t \in [0, \pi]$ per il quale $\alpha(t) = (0, \sqrt{2}/2)$.
3. Calcolare versore tangente, versore normale e curvatura nel punto $(0, \sqrt{2}/2)$.
4. Scrivere l'equazione del cerchio osculatore nel punto $(0, \sqrt{2}/2)$.

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 2 (8 punti)

Individuare i punti di massimo e di minimo assoluto della funzione

$$f(x, y) = x^3y^2 - x^4y^2 - x^3y^3$$

nel quadrato di vertici $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$, $(0,1)$.

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 3 (7 punti) Si calcoli il flusso del campo vettoriale $F(x, y, z) = (y, x, 2)$ attraverso la superficie $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z = x^2 + y^2, z \leq 2x\}$, orientata in modo tale che il versore normale soddisfi la disuguaglianza $\hat{n} \cdot \hat{k} < 0$.

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 4 (7 punti)

Calcolare l'area della regione piana $D \subset \mathbf{R}^2$ delimitata dall'arco di cicloide di equazione parametrica

$$\alpha(t) = (R(t - \sin t), R(1 - \cos t)), \quad t \in [0, 2\pi]$$

e dal segmento congiungente i punti $(0,0)$ e $(2\pi R, 0)$.

Risultato:

Calcoli: