

## Esercizi sulle funzioni di più variabili a valori reali

1. Disegnare il grafico della funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , nei casi:
  - (a)  $f(x, y) = x$
  - (b)  $f(x, y) = y^2$
  - (c)  $f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$
2. Descrivere le curve di livello della funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , nei casi:
  - (a)  $f(x, y) = x - y$
  - (b)  $f(x, y) = xy$
  - (c)  $f(x, y) = \sin(x)$
  - (d)  $f(x, y) = \sin(x) \sin(y)$
  - (e)  $f(x, y) = \frac{x-y}{2x+y}$ , dove  $f$  è definita in  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x + y \neq 0\}$
  - (f)  $f(x, y) = \frac{y}{x}e^x$ , dove  $f$  è definita in  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \neq 0\}$
3. Descrivere le superfici di livello della funzione  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ , nei casi:
  - (a)  $f(x, y, z) = 2x - y + z$
  - (b)  $f(x, y, z) = x^2 + z^2$
  - (c)  $f(x, y, z) = e^{x^2+y^2+z^2}$
  - (d)  $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + 2y^2 + 4z^2}$
  - (e)  $f(x, y, z) = \frac{x^2+y^2}{(z-1)^2}$  dove  $f$  è definita in  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \neq 1\}$
  - (f)  $f(x, y, z) = \log\left(\frac{z}{x^2+y^2}\right)$ , dove  $f$  è definita in  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \neq (0, 0), z > 0\}$