

COGNOME NOME Matr.

Complementi di Analisi Matematica
18 giugno 2012

Esercizio 1 (7 punti)

Verificare che il campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (y \cos(xy) - \sin(z + x), x \cos(xy), -\sin(z + x))$$

è conservativo e calcolarne un potenziale. Calcolare quindi il lavoro di \mathbf{F} lungo la retta congiungente il punto $P_1 = (\pi/2, 0, 0)$ con il punto $P_2 = (0, 3, \pi)$

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 2 (8 punti)

Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (\sin(x), \sin y, x + y)$$

attraverso la superficie Σ di equazione

$$r(u, v) = (u, v, u^2 + v^2), \quad u \in [0, \pi/2], v \in [0, \pi/2]$$

scegliendo il versore normale \hat{n} che punta verso l'alto ($\hat{n} \cdot \hat{k} \geq 0$)

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 3 (8 punti)

Si calcolino le coordinate del baricentro della semisfera

$$S := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}$$

di densità $\rho(x, y, z) = \alpha z^2$.

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 4 (7 punti)

Calcolare la probabilità che lanciando due dadi (non truccati) la somma dei risultati dia un numero minore o uguale a 5, sapendo che il risultato del primo dado è un numero pari.

Risultato:

Calcoli: