COGNOME ______ NOME ______ Matr. ______

Analisi Matematica 2

1 luglio 2015

Esercizio 1 (7 punti)

Per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ il campo vettoriale $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$

$$F(x,y) = (x^2 - \alpha y, y^2 + 2x)$$

è conservativo? Per tale valore di α si determini un potenziale $U : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$.
Si calcoli inoltre, per ogni valore di α, il lavoro di F lungo l'arco di parabola passante per i punti $(0,1)$, $(1,0)$ e $(2,1)$.

Soluzione:

Esercizio 2 (8 punti)

Sia $T \subset \mathbf{R}^2$ il triangolo (pieno) di vertici (0,0), (-1,-2) e (1,-1) e $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = x^2 + y^2 + 2y$. Calcolare il massimo ed il minimo assoluto di f su T.

Soluzione:

Esercizio 3 (7 punti) Si calcoli il flusso del campo vettoriale $F(x, y, z) = (x, y, 1)$ attraverso la superficie $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + z = 1\}$ orientata in modo che il versore normale $\hat{n}$ soddisfi la diseguaglianza $\hat{n} \cdot \hat{e}_z > 0$.

Soluzione:

Esercizio 4 (8 punti)

Sia Ω la parte del cilindro $C = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3, x^2+z^2 \leq 1\}$ compresa tra i piani $y = 0$ e $x+y+z = 1$:

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3, x^2 + z^2 \leq 1, y \geq 0, x + y + z \leq 1\}$$

1. Rappresentare graficamente la retta intersezione tra i piani $y = 0$ e $x + y + z = 1$
2. Rappresentare graficamente la proiezione di Ω sul piano $y = 0$
3. Calcolare l'integrale triplo della funzione $f(x, y, z) = x + z$ sull'insieme Ω

Soluzione: