

COGNOME NOME Matr.

Analisi Matematica 2

31 agosto 2015

Esercizio 1 (7 punti)

Calcolare l'integrale di volume $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz$ della funzione $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y, z) := 2x + y$ sull'insieme $\Omega := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, y \geq \sqrt{x^2 + z^2}\}$, cioè quella parte della sfera di centro $(0,0,0)$ e raggio $\sqrt{2}$ interna al cono infinito $C = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : y \geq \sqrt{x^2 + z^2}\}$.

Soluzione:

Esercizio 2 (8 punti)

Individuare i punti di massimo e di minimo assoluto della funzione

$$f(x, y) = x^2y^3 - x^2y^4 - x^3y^3$$

nel triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,1)$, $(-1,1)$.

Soluzione:

Esercizio 3 (7 punti) Si calcoli il flusso del campo vettoriale $F(x, y, z) = (x, 2y, -z)$ attraverso la superficie $\Sigma := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, y + z > 0\}$, orientata in modo tale che il versore normale $\hat{n}(x, y, z)$ nel punto $(x, y, z) \in \Sigma$ soddisfi la disuguaglianza $\hat{n}(x, y, z) \cdot (x, y, z) > 0$.

Soluzione:

Esercizio 4 (8 punti)

Si consideri la curva piana $\gamma \subset \mathbf{R}^2$ descritta in forma parametrica dalla mappa $\alpha : [0, \pi] \rightarrow \mathbf{R}^2$:

$$\alpha(\theta) = ((\cos \theta)^2, \cos \theta \sin \theta), \quad \theta \in [0, \pi].$$

- Calcolare la lunghezza di γ .
- Calcolare, punto per punto, la curvatura.
- Descrivere e rappresentare graficamente la curva γ

Soluzione: