UNIVERSITÀ DEGLI STUDI
DI TRENTO

**Docente Dipartimento di Fisica**
**Ore didattica assegnate 2018/19**

**Registro del docente**

# *PIGNATELLI ROBERTO*

**Tipo copertura:** ***docente strutturato***

**Attività didattica:**

| Attività didattica [codice] | Corso di studio | Struttura |
|---|---|---|
| Geometria [130465] | Filosofia | **Dipartimento di Lettere e Filosofia** |
| Geometria I [145433] | Fisica | **Dipartimento di Fisica** |

**Periodo di svolgimento:** ***Primo Semestre***

| Docenti | Cognome e Nome |
|---|---|
| Titolare del corso | PIGNATELLI ROBERTO ( matr. 000296) |
| Altri docenti | CANCIAN NICOLA ( matr. 0025043) |
| | LECCA PAOLA ( matr. 004659) |

**Ore didattica assegnate e rendicontate:**

| Docente | Ore didattica assegnate | Altre ore assegnate | Ore didattica rendicontate (A) | Altre ore rendicontate (B) | Totale ore rendicontate | Stato registro |
|---|---|---|---|---|---|---|
| PIGNATELLI ROBERTO | 56 | 0 | 56 | 0 | 56 | Stampato |
| **Ore didattica previste per gli studenti** | **84** | | | | | |

**Ore didattica rendicontate per tipologia di attività e per gruppi di studenti:**

| Attività didattica frontale (A) | Ore totali | Ore suddivise per gruppi studenti | |
|---|---|---|---|
| | | Ore | Gruppi di studenti |
| lezione in aula | 56 | 56 | prevista per tutti gli studenti (senza gruppi associati) |

Firma del docente:

--------------------------------------------------------------------------------------------------------

Firma del Direttore:

--------------------------------------------------------------------------------------------------------

Data:

--------------------------------------------------------------------------------------------------------

**ATTIVITA' DIDATTICA FRONTALE**

---

**Dettaglio delle attività svolte:**
***Geometria I [145433]***

---

**1.**
**17/09/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Insiemi numerici

**Descrizione attività:**
Introduzione al corso. Le quattro (anzi due) operazioni. I numeri naturali, interi, razionali e le proprietà delle due operazioni. Definizione di campo: dei tre insiemi numerici suddetti solo i numeri razionali formano un campo.

---

**2.**
**18/09/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Relazioni di equivalenza, vettori applicati e vettori geometrici, spazi vettoriali

**Descrizione attività:**
Poche parole sul campo dei numeri reali e su quello dei numeri complessi. Cos'è una relazione su un insieme. Relazioni di equivalenza: proprietà riflessiva, simmetrica e transitiva. Esempio: due numeri interi sono equivalenti se e solo se la loro differenza è pari. Classi di equivalenza e insieme quoziente. Vettori applicati, equipollenza e vettori geometrici. Somma di vettori geometrici, prodotto tra un numero reale e un vettore geometrico e relative proprietà. La definizione di spazio vettoriale su un campo. Esempi: i vettori geometrici, i polinomi in una variabile, l'insieme delle n-uple K^n, l'insieme delle matrici rettangolari con un fissato numero di righe e un fissato numero di colonne.

---

**3.**
**24/09/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Matrici

**Descrizione attività:**
L'insieme delle matrici con determinati numeri di righe e di colonne a coefficienti in un campo è uno spazio vettoriale sul campo stesso. Prodotto di matrici. Il prodotto di matrici non è commutativo. Matrici nulle e matrici identiche. Distributività del prodotto di matrici rispetto alla somma e al prodotto per scalare. Trasposta. La somma delle trasposte è uguale alla trasposta della somma. La trasposta di un prodotto è uguale al prodotto tra le trasposte scambiate di posto. Matrici quadrate. Matrici invertibili. Esempi di matrici non invertibili. Prodotto di matrici invertibili è invertibile e l'inversa è uguale al prodotto delle inverse scambiate di posto. Matrici triangolari, unitriangolari, simmetriche, antisimmetriche, ortogonali. Matrici ortogonali di ordine 2. Valutare un polinomio in una matrice.

---

**4.**
**25/09/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Sistemi lineari

**Descrizione attività:**
Sistemi lineari. Matrice dei coefficienti, vettore dei termini noti, matrice orlata o completa. Sistemi compatibili e incompatibili. Sistemi lineari omogenei. Un sistema lineare è omogeneo se e solo se ammette lo zero tra le soluzioni. Sistema lineare omogeneo associato ad un sistema lineare. Le soluzioni di un sistema lineare compatibile sono esattamente quelle che si ottengono sommando ad una determinata soluzione dello stesso una qualunque soluzione del sistema lineare omogeneo associato. Matrici a gradini. Sistemi lineari a gradini. Come risolvere un sistema lineare a gradini. Riduzione a gradini di qualunque sistema lineare, aka algoritmo di Gauss-Jordan. Due esempi.

---

**5.**
**01/10/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Invertire una matrice

**Descrizione attività:**
Richiami sull'eliminazione di Gauss-Jordan. Operazioni sulle righe viste come moltiplicazione a sinistra per matrici elementari. Una matrice quadrata è invertibile se e solo se è prodotto di matrici elementari, e questo è equivalente a poterla trasformare nella matrice identità mediante operazioni elementari sulle righe (o sulle colonne). Un metodo semplice per calcolare l'inversa di una matrice invertibile. Se la matrice dei coefficienti di un sistema lineare è invertibile, allora la soluzione è unica. Definizione di sottospazio vettoriale. Un sottospazio vettoriale contiene sempre il vettore nullo. Esempi. Le soluzioni di un sistema lineare formano un sottospazio vettoriale se e solo se il sistema è omogeneo. Intersezione, unione, somma di sottospazi. Intersezione e somma di sottospazi è un sottospazio, l'unione in generale no.

---

**6.**
**02/10/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Sottospazi vettoriali

**Descrizione attività:**
Somma diretta di sottospazi vettoriali. Sottospazi supplementari. Due sottospazi sono supplementari se e solo se ogni vettore si decompone unicamente come somma di due vettori, uno per ciascun sottospazio. Prodotto cartesiano. Definizione di combinazione lineare e dipendenza lineare. Dipendenza lineare di vettori. Il caso di un singolo vettore e di una coppia di vettori.

---

**7.**
**08/10/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Basi

**Descrizione attività:**
Dei vettori sono linearmente dipendenti se e solo se uno di essi è combinazione lineare degli altri, o, equivalentemente, se e solo se lo spazio generato da tutti loro è uguale a quello generato da tutti meno esso (in altre parole "uno lo posso buttar via" se si tratta di considerare lo spazio generato). Sottoinsieme di un insieme di vettori linearmente indipendenti è ancora un insieme di vettori linearmente indipendenti. Ogni vettore del sottospazio generato da un insieme di vettori linearmente indipendenti si scrive unicamente come combinazione lineare degli stessi. Basi e coordinate. L'insieme di generatori del sottospazio delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo che abbiamo imparato a trovare col metodo di Gauss ne è sempre una base. Un insieme di vettori linearmente indipendenti non può avere cardinalità strettamente maggiore di un insieme di generatori (dimostrazione rinviata). Due basi hanno sempre la stessa cardinalità. Dimensione di un sottospazio vettoriale. Completamento a base (dimostrazione rinviata) di un insieme di vettori linearmente indipendenti.

---

**8.**
**09/10/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Completamento e estrazione di basi

**Descrizione attività:**
Dimostrazione che un insieme di vettori linearmente indipendenti non può avere cardinalità strettamente maggiore di un insieme di generatori. Un insieme di vettori di uno spazio vettoriale di cardinalità uguale alla dimensione dello stesso è un insieme di generatori se e solo se sono linearmente indipendenti. Completamento di un insieme di vettori linearmente indipendenti ad una base. Estrazione di una base da un insieme di generatori. Un sottospazio proprio di uno spazio vettoriale di dimensione data ha dimensione strettamente inferiore. Enunciato e strategia della dimostrazione della formula di Grassmann.

---

**9.**
**15/10/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Rango

**Descrizione attività:**
Dimostrazione della formula di Grassmann. Rango per righe e rango per colonne. Se due matrici sono matrici dei coefficienti di sistemi lineari equivalenti, allora le colonne di una sono linearmente indipendenti se e solo se lo sono quelle dell'altra. Come sfruttare la cosa per estrarre una base da un insieme di generatori. Operazioni dell'algoritmo di Gauss-Jordan non cambiano il rango per colonne. Il rango per righe è uguale al rango per colonne. Il rango di una matrice è uguale a quello della trasposta. Il teorema di Kronecker-Rouché-Capelli.

---

**10.**
**16/10/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Rango e sottomatrici

**Descrizione attività:**
Il rango di una matrice nulla e il rango di una matrice identica. Il rango del prodotto di due matrici è minore o uguale a quello di ciascun fattore (senza dimostrazione). Una matrice quadrata è invertibile se e solo se il suo rango è il massimo possibile, cioé uguale al suo ordine. Sottomatrici. Il rango di una matrice è uguale al massimo degli ordini delle sottomatrici invertibili. Il criterio degli orlati.

---

**11.**
**22/10/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Determinante

**Descrizione attività:**
Definizione di determinante di una matrice quadrata come sommatoria "con segno" di tutti i possibili prodotti di n fattori (dove n è l'ordine della matrice) scelti in modo che si trovino uno in ogni riga e contemporaneamente uno in ogni colonna. Formula esplicita nei casi semplici n=1, 2 e 3. Le proprietà principali del determinante (alcune senza i dettagli della dimostrazione): non cambia per trasposizione; come cambia rispetto alle operazioni dell'algoritmo di Gauss-Jordan. Il determinante non si annulla se e solo se la matrice è invertibile. Minori. Il rango di una matrice è il massimo ordine di un suo minore non nullo. Matrice dei cofattori. Sviluppo del determinante secondo una riga o una colonna (senza dimostrazione). Il determinante di una matrice triangolare (inferiore o superiore) è uguale al prodotto degli elementi sulla diagonale.

---

**12.**
**23/10/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Equazioni cartesiane e parametriche

**Descrizione attività:**
Spazi e sottospazi affini. Fissare un sistema di riferimento consente di scrivere equazioni parametriche o cartesiane di qualunque sottospazio affine. Dedurre equazioni parametriche da equazioni cartesiane risolvendo un sistema lineare. Dedurre equazioni cartesiane da equazioni parametriche utilizzando il determinante. Come dedurre la posizione relativa di due sottospazi da rispettive equazioni cartesiane usando il teorema di Kronecker-Rouché-Capelli.

---

**13.**
**29/10/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Complementi sugli spazi affini

**Descrizione attività:**
Richiamo della definizione di spazio affine e di sottospazio affine. Il sottospazio affine generato da un insieme finito di punti. Un sottospazio affine è determinato dalla sua giacitura e da un qualunque suo punto. Cosa ciò significa per l'insieme delle soluzioni di un sistema lineare. Un sottospazio affine è naturalmente uno spazio affine sulla sua giacitura. L'intersezione di due spazi affini, se non vuota, è un sottospazio affine con giacitura uguale all'intersezione delle due giaciture. Un limite inferiore per la dimensione di un'intersezione di spazi affini (se non vuota) conseguenza della formula di Grassmann. Se la somma delle giaciture di due sottospazi affini è uguale alla giacitura dello spazio affine che li contiene, allora i due sottospazi devono intersecarsi.

---

**14.**
**30/10/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Richiami e complementi su spazi affini e determinanti

**Descrizione attività:**
Ancora su come si calcolano equazioni cartesiane di sottospazi lineari: come si calcola una retta per due punti, un piano per tre punti non allineati, la posizione relativa di due rette nel piano o di due piani nello spazio dalle equazioni cartesiane, etc. etc. Il quoziente di due spazi vettoriali. La matrice dei cofattori. Dimostrazione che il prodotto tra una matrice e la trasposta della sua matrice dei cofattori è uguale al prodotto tra il determinante della matrice e la matrice identica. Come calcolare la matrice inversa usando il determinante. Regola di Cramer.

---

**15.**
**12/11/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Applicazioni lineari

**Descrizione attività:**
Funzioni. Funzioni iniettive e suriettive. Composizione di funzioni. Funzioni bigettive e inversa di una funzione. Applicazioni lineari tra spazi vettoriali. Un'applicazione lineare manda sempre lo zero nello zero. Esempi: l'applicazione nulla, l'applicazione identità, moltiplicazione per una costante, moltiplicazione per una matrice. La compatibilità di un sistema lineare corrisponde all'appartenenza del vettore dei termini noti all'immagine della moltiplicazione per la matrice dei coefficienti. Coordinate indotte da una base. Operatori/endomorfismi, funzionali, isomorfismi, automorfismi. Gli operatori su uno spazio di dimensione 1 sono esattamente le molteplicazioni per una costante. Proiettori. Una simmetria. Il coniugio come operatore lineare sui reali ma non sui complessi. La mappa naturale da uno spazio vettoriale nel suo quoziente per un sottospazio. Un'applicazione lineare mappa insiemi di vettori linearmente dipendenti in insiemi linearmente dipendenti. Data una base ordinata di uno spazio vettoriale V e altrettanti vettori ordinati di uno spazio vettoriale W esiste un'unica applicazione lineare di V in W che mappa ciascun vettore della base di V data nel corrispondente (secondo l'ordine dato) vettore di W dato. Le applicazioni lineari tra K^n e K^m sono esattamente le mappe che si ottengono per moltiplicazione da una matrice fissata mxn a coefficienti in K.

---

**16.**
**13/11/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Nullità e Rango

**Descrizione attività:**
Composizione di applicazioni lineari indotte da matrici è l'applicazione lineare indotta dal prodotto. Nucleo e immagine di un'applicazione lineare. Nullità e rango di un'applicazione lineare. Il rango dell'applicazione lineare data da una matrice è uguale al rango della matrice. Il Teorema "nullità più rango". Se un'applicazione lineare è iniettiva la dimensione del dominio non supera quella del codominio. Se un'applicazione lineare è suriettiva la dimensione del codominio non supera quella del dominio. Due spazi vettoriali di dimensione finita sono isomorfi se e soltanto se hanno la stessa dimensione. Un'applicazione lineare tra due spazi della stessa dimensione è iniettiva se e soltanto se è suriettiva. Una struttura di spazio vettoriale sullo spazio delle applicazioni lineari tra due spazi vettoriali sullo stesso campo. Lo spazio duale.

---

**17.**
**19/11/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Matrice associata ad un'applicazione lineare

**Descrizione attività:**
Lo spazio duale. La base duale di una base. Lo spazio duale di uno spazio di dimensione finita è isomorfo allo stesso. Collegamento col prodotto scalare standard dello spazio a tre dimensioni.
La matrice associata ad un'applicazione lineare rispetto a basi (ordinate) date del dominio e del codominio. Ciò descrive un isomorfismo tra lo spazio vettoriale delle applicazioni lineari da uno spazio di dimensione n ad uno di dimensione m e lo spazio vettoriale delle matrici m x n. Come calcolare l'immagine di un vettore qualunque per un'applicazione lineare quando conosciamo la matrice ad essa associata rispetto a due basi. La matrice associata alla composizione di due applicazioni è il prodotto delle matrici associate alle applicazioni, se le basi sono scelte concordi. Matrici di cambio di base. Come usare le matrici di cambio di base per calcolare, data la matrice di un'applicazione lineare rispetto a certe basi, la matrice della stessa applicazione lineare rispetto ad altre basi.

---

**18.**
**20/11/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Matrici simili

**Descrizione attività:**
La matrice di un'applicazione nulla è una matrice nulla, indipendentemente dalle basi. Nel caso di un'operatore, scegliere la stessa base in partenza e in arrivo permette di fare corrispondere composizione di operatori e prodotto di matrici. La matrice dell'applicazione identica, se scegliamo la stessa base in partenza e in arrivo, è una matrice identità. Come usare le matrici di cambio di base per calcolare, nota la matrice di un operatore rispetto ad una base, la matrice dello stesso rispetto ad un'altra base. Matrici simili. Due matrici sono simili se e solo se rappresentano lo stesso operatore rispetto a basi eventualmente diverse. Il deteminante di un operatore. Come calcolare una potenza con esponente alto di una matrice se essa è simile a una matrice diagonale. Autovettori, autovalori, spettro.

---

**19.**
**22/11/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 11:30
**Ora fine:** 13:00
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Il polinomio caratteristico

**Descrizione attività:**
Cambi di coordinate affini. Autovettori, autovalori, spettro, autospazi. Il polinomio caratteristico di un operatore. Lo spettro di un operatore è uguale all'insieme delle radici del polinomio caratteristico. Calcolo del polinomio caratteristico e degli autospazi in tre esempi chiave, di cui uno diagonalizzabile solo se ampliamo il campo ai numeri complessi. Se siamo interessati solo a calcolare le potenze di un operatore, possiamo ampliare il campo a piacere. Autovettori relativi ad autovalori distinti sono linearmente indipendenti.

---

**20.**
**26/11/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Diagonalizzabilità

**Descrizione attività:**
Invarianti per similitudine. Determinante, polinomio caratteristico, traccia. Se un operatore ha polinomio caratteristico con tante radici distinte quanto è la dimensione dello spazio su cui opera, allora l'operatore è diagonalizzabile. La somma delle dimensioni degli autospazi è al massimo uguale alla dimensione dello spazio, e vale l'uguaglianza se e soltanto se l'operatore è diagonalizzabile. Molteplicità algebriche e geometriche. La molteplicità algebrica di un numero non è mai inferiore alla molteplicità geometrica. Un operatore è diagonalizzabile se e soltanto se tutte le radici del polinomio caratteristico sono nel campo e per ciascuna di esse la moltelicità algebrica è uguale alla molteplicità geometrica.

---

**21.**
**27/11/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Forma di Jordan

**Descrizione attività:**
Ricapitolazione su come determinare se un operatore è diagonalizzabile e, nel caso, come diagonalizzarlo. Descrizione della forma di Jordan di un operatore. Esistenza e unicità della stessa (senza dimostrazione). Come determinare la forma di Jordan di un operatore. Cambi di coordinate affini. Gruppi e sottogruppi. Gruppi di matrici: il gruppo semplice, il gruppo ortogonale.

---

**22.**
**29/11/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 11:30
**Ora fine:** 13:00
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Affinità

**Descrizione attività:**
Isomorfismi affini. Affinità. Traslazioni. Dati due punti e un automorfismo dello spazio vettoriale soggiacente esiste un'unica affinità che manda il primo punto nel secondo con automorfismo associato l'automorfismo dato. Descrizione matriciale delle affinità, fissato un sistema di riferimento, come moltiplicazione a sinistra per una matrice fissata seguita dalla somma per un vettore di traslazione. Figure geometriche. Proprietà affini. Alcune proprietà affini. Alcune proprietà che affini non sono. Forme bilineari. Il prodotto scalare standard, norma e angoli. Forme bilineari simmetriche. Forma di Minkowski.

---

**23.**
**03/12/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Forme bilineari

**Descrizione attività:**
Forme bilineari su R^n associate a una matrice. Forme bilineari simmetriche e antisimmetriche. Matrice associata a una forma bilineare rispetto a una base. Forma di Minkowski. Cambio di base, congruenza di matrici. Ortogonale di un vettore, ortogonale di un insieme, radicale. Vettori isotropi e totalmente isotropi. Il radicale di una forma lineare è uguale al nucleo dell'operatore associato alla stessa matrice. Forme non degeneri. Una forma bilineare è non degenere se e solo se la matrice associata è invertibile. Coefficiente di Fourier. Vettori non isotropi determinano una decomposizione dello spazio vettoriale in somma diretta del suo ortogonale col sottospazio di dimensione 1 da esso generato. Forme bilineari simmetriche e forme quadratiche associate. Come ricostruire la forma bilineare simmetrica dalla forma quadratica associata.

---

**24.**
**04/12/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Teorema di Sylvester

**Descrizione attività:**
Ogni matrice simmetrica è congruente ad una matrice diagonale. Matrici congruenti hanno lo stesso rango. Il rango di una forma quadratica. Ogni matrice simmetrica complessa è congruente ad una matrice diagonale con solo 1 e 0 sulla diagonale, e gli 1 sono tanti quanto il rango della forma. Il teorema di Sylvester. Quando una forma si dice definita positiva o negativa, quando semidefinita positiva o negativa, quando indefinita, degenere o nondegenere. La positività è la massima dimensione possibile di un sottospazio tale che la forma quadratica ristretta ad esso sia definita positiva. La negatività è la massima dimensione possibile di un sottospazio tale che la forma quadratica ristretta ad esso sia definita negativa.

---

**25.**
**10/12/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Spazi vettoriali Euclidei

**Descrizione attività:**
Spazi vettoriali Euclidei. Disuguaglianza di Schwarz. Disuguaglianza triangolare. Insiemi di vettori ortogonali e ortonormali. Un insieme di vettori ortogonali non nulli è un insieme di vettori linearmente indipendenti. Data una base ortonormale di uno spazio euclideo, il prodotto scalare tra due vettori è uguale al prodotto scalare standard tra i rispettivi vettori coordinate rispetto alla base ortonormale data. Algoritmo di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Una base è ortonormale se e solo se la matrice di cambio di base rispetto a una qualunque base ortonormale è una matrice ortogonale. Le matrici ortogonali sono esattamente le matrici le cui colonne, rispetto al prodotto scalare standard, sono a due a due ortogonali e di norma 1. Definizione di operatore unitario.

---

**26.**
**11/12/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Il teorema spettrale

**Descrizione attività:**
Operatori unitari. Un operatore è unitario se e solo se la sua matrice associata rispetto ad una (o qualunque) base ortonormale è una matrice ortogonale. Operatori simmetrici. Un operatore è simmetrico se e solo se la sua matrice associata rispetto ad una (o qualunque) base ortonormale è una matrice simmetrica. L'enunciato del teorema spettrale reale. Applicazione: come, data una forma quadratica, trovare una base rispetto alla quale la forma quadratica assume la forma normale predetta nel teorema di Sylvester. Ogni radice complessa del polinomio caratteristico di una matrice simmetrica è reale.

---

**27.**
**17/12/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Dimostrazione del teorema spettrale reale

**Descrizione attività:**
Operatore aggiunto di un operatore su uno spazio euclideo. La dimostrazione del teorema spettrale reale. Esempio di messa in forma normale di una forma quadratica la cui matrice associata ha un autovalore di molteplicità due. Il criterio dei minori principali per determinare se una forma quadratica è definita positiva.

---

**28.**
**18/12/2018 - lezione in aula -**
**Docente:** PIGNATELLI ROBERTO
**Ora inizio:** 10:30
**Ora fine:** 12:30
**Ore:** 2
**Titolo attività:**
Complementi

**Descrizione attività:**
Come permanenze e variazioni di segno dei minori principali determinano la segnatura di una forma quadratica. Gli unici possibili autovalori di una matrice ortogonale sono 1 e -1. Classificazione delle matrici ortogonali di ordine due: rotazioni e simmetrie. Spazi affini euclidei e isometrie. La classificazione delle isometrie del piano euclideo. Cenni sulla più importante generalizzazione al caso complesso della teoria degli spazi euclidei: forme sesquilineari, forme hermitiane e matrici autoaggiunte, forme definite positive, basi ortonormali e disuguaglianza di Schwarz, operatori e matrici unitarie, gli operatori autoaggiunti hanno solo autovalori reali, il teorema spettrale complesso.

---