ANALISI 1– GEOMETRIA 1 - Prima Prova Intermedia		**4 Novembre 2014**
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di Laurea:		A |G ||

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*

1. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)(1-\cos(2x^2))}{(x^3+x^4)\sin(3x)} =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ ∞; $\boxed{c}$ $\frac{2}{3}$; $\boxed{d}$ 0.

2. Quale serie diverge? $\boxed{a}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2+\sin n!}{n^2+1}$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+n^2}{n^3+2^{-n}}$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n+n^2}{3^n}$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n!}$.

3. L'insieme dei $\beta \in \mathbf{R}$ per i quali l'equazione $e^x + ex = \beta - x^2$ ha una soluzione nell'intervallo $[0,1]$ è: $\boxed{a}$ $0 \le \beta \le 2e+1$; $\boxed{b}$ $1 \le \beta \le 2+e$; $\boxed{c}$ $1 \le \beta \le 2e+1$; $\boxed{d}$ $0 \le \beta \le 2e$.

4. L'insieme $\mathbf{N}$ in $\mathbf{R}$ è $\boxed{a}$ limitato; $\boxed{b}$ senza punti di frontiera; $\boxed{c}$ aperto; $\boxed{d}$ chiuso.

5. Quale è l'insieme degli $\alpha > 0$ per i quali è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{2\alpha}+\sin n}{n^{2+\alpha}+2^{-n}}.$$

$\boxed{a}$ $1 < \alpha < 2$; $\boxed{b}$ tutti gli $\alpha > 0$; $\boxed{c}$ $0 < \alpha < 1$; $\boxed{d}$ $0 < \alpha < 2$.

6. L'insieme degli $a > 0$ per cui $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{n!}{a^n} < +\infty$ è: $\boxed{a}$ $\{a > e\}$; $\boxed{b}$ $\emptyset$; $\boxed{c}$ $\{a > 1\}$; $\boxed{d}$ $\{a > 2\}$.

7. $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{16}{2^{n+1}} =$ $\boxed{a}$ 8; $\boxed{b}$ 16; $\boxed{c}$ 4; $\boxed{d}$ 32.

8. Sia $a_n > 0$ per $n \in \mathbf{N}$. Quale delle seguenti è vera? $\boxed{a}$ Se $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} na_n = 0$ allora $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$ è convergente; $\boxed{b}$ Se $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} a_n^2 = 0$ allora $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ è convergente; $\boxed{c}$ Se $a_n = o(\frac{1}{n})$ per $n \to +\infty$ allora $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ è convergente; $\boxed{d}$ Se $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$ allora $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n a_n$ è convergente.

9. Se $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è continua e limitata, allora: $\boxed{a}$ l'equazione $f(x) = 4x$ ha una soluzione in $\mathbf{R}$; $\boxed{b}$ l'equazione $f(x) = x^4$ ha una soluzione in $\mathbf{R}$; $\boxed{c}$ esiste $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$; $\boxed{d}$ l'equazione $f(x) = 4\sin x$ ha una soluzione in $\mathbf{R}$.

10. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{x+2} =$ $\boxed{a}$ e^{-1}; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ e^{-2}; $\boxed{d}$ e^2.

ANALISI 1– GEOMETRIA 1 - Prima Prova Intermedia		4 Novembre 2014
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di Laurea:		A $\vert G$ $\vert\vert$

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*

1. L'insieme degli $a > 0$ per cui $\lim_{n\to+\infty} \frac{n!}{a^n} < +\infty$ è: $\boxed{a}$ $\emptyset$; $\boxed{b}$ $\{a > 1\}$; $\boxed{c}$ $\{a > 2\}$; $\boxed{d}$ $\{a > e\}$.

2. L'insieme dei $\beta \in \mathbf{R}$ per i quali l'equazione $e^x + x = \beta - x^2$ ha una soluzione nell'intervallo $[0, 1]$ è: $\boxed{a}$ $1 \le \beta \le 2 + e$; $\boxed{b}$ $1 \le \beta \le 2e + 1$; $\boxed{c}$ $0 \le \beta \le 2e$; $\boxed{d}$ $0 \le \beta \le 2e + 1$.

3. $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{32}{2^{n+1}} =$ $\boxed{a}$ 16; $\boxed{b}$ 4; $\boxed{c}$ 32; $\boxed{d}$ 8.

4. Se $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è continua e limitata, allora: $\boxed{a}$ l'equazione $g(x) = x^8$ ha una soluzione in $\mathbf{R}$; $\boxed{b}$ esiste $\lim_{x\to+\infty} g(x)$; $\boxed{c}$ l'equazione $g(x) = 8 \sin x$ ha una soluzione in $\mathbf{R}$; $\boxed{d}$ l'equazione $g(x) = 8x$ ha una soluzione in $\mathbf{R}$.

5. $\lim_{x\to0} \frac{(1 + x)(1 - \cos(2x^2))}{(x^3 + x^4)\sin(4x)} =$ $\boxed{a}$ ∞; $\boxed{b}$ $\frac{2}{3}$; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}$.

6. Sia $a_n > 0$ per $n \in \mathbf{N}$. Quale delle seguenti è vera? $\boxed{a}$ Se $\lim_{n\to+\infty} a_n^2 = 0$ allora $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ è convergente; $\boxed{b}$ Se $a_n = o(\frac{1}{n})$ per $n \to +\infty$ allora $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ è convergente; $\boxed{c}$ Se $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$ allora $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n a_n$ è convergente; $\boxed{d}$ Se $\lim_{n\to+\infty} na_n = 0$ allora $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$ è convergente.

7. L'insieme $\mathbf{N}$ in $\mathbf{R}$ è $\boxed{a}$ senza punti di frontiera; $\boxed{b}$ aperto; $\boxed{c}$ chiuso; $\boxed{d}$ limitato.

8. Quale serie diverge? $\boxed{a}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n + n^2}{n^3 + 2^{-n}}$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n + n^2}{3^n}$; $\boxed{c}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n!}$; $\boxed{d}$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 + \sin n!}{n^2 + 1}$.

9. $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x - 1}{x + 1}\right)^{x+2} =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ e^{-2}; $\boxed{c}$ e^2; $\boxed{d}$ e^{-1}.

10. Quale è l'insieme degli $\alpha > 0$ per i quali è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{2\alpha} + \sin n}{n^{2+\alpha} + 2^{-n}}.$$

$\boxed{a}$ tutti gli $\alpha > 0$; $\boxed{b}$ $0 < \alpha < 1$; $\boxed{c}$ $0 < \alpha < 2$; $\boxed{d}$ $1 < \alpha < 2$.

ANALISI 1 – GEOMETRIA 1	4 novembre 2015

1. Dati in $\mathbf{R}^4$ i sottospazi $U = \mathcal{L}((-3,1,1,1),(1,-3,1,1))$ e $V = \mathcal{L}((1,1,-3,1),(1,1,1,-3))$, allora: $\boxed{a}$ $(1,1,-1,-1)$ non appartiene a U; $\boxed{b}$ (a,b,c,d) appartiene a V se e solo se $a = b$; $\boxed{c}$ $\dim(U+V) = 4$; $\boxed{d}$ $(1,0,-1,0)$ appartiene a V.

2. Dati il vettore riga $M = [1 \quad 2 \quad -1 \quad 0]$ e il vettore trasposto M^t, allora: $\boxed{a}$ $M(M^t)M = M$; $\boxed{b}$ $M^tM = MM^t$; $\boxed{c}$ $\det(M^tM) = 0$; $\boxed{d}$ $\det(M^tM) \neq 0$.

3. Quale affermazione è vera? $\boxed{a}$ Per ogni U, V sottospazi di $\mathbf{R}^5$ con $\dim(U) = \dim(V) = 2$ si ha $\dim(U+V) = 4$; $\boxed{b}$ Il sottospazio $\{(a,b,c,d,e) \in \mathbf{R}^5 : a+b+c+d+e = 0\}$ ha dimensione 1; $\boxed{c}$ Esistono sottospazi $U, V \subseteq \mathbf{R}^5$ tali che $\dim(U) = \dim(V) = 2$ e $U \cap V = \{0\}$; $\boxed{d}$ Esistono sottospazi $U, V \subseteq \mathbf{R}^5$ tali che $\dim(U) = \dim(V) = 3$ e $U \cap V = \{0\}$.

4. Se $U \subseteq \mathbf{R}^5$ è un sottospazio con $\dim(U) = 3$, allora: $\boxed{a}$ Per ogni sottospazio $V \subseteq \mathbf{R}^5$ con $\dim(V) = 4$ risulta $\dim(U \cap V) = 2$; $\boxed{b}$ Esiste un sottospazio $V \subseteq \mathbf{R}^5$ con $\dim(V) = 1$ tale che $U \cap V$ sia vuoto; $\boxed{c}$ Se $V \subseteq \mathbf{R}^5$ è un sottospazio con $\dim(V) = 3$, allora $U \cap V$ contiene infiniti vettori; $\boxed{d}$ Esiste $v \in \mathbf{R}^5$ tale che $U + \mathcal{L}(v) = \mathbf{R}^5$.

5. Quale affermazione è vera? $\boxed{a}$ Il sistema $AX = B$ è compatibile per ogni $A \in \mathbf{R}^{3,3}$ e per ogni $B \in \mathbf{R}^{3,1}$; $\boxed{b}$ Sia $A \in \mathbf{R}^{3,3}$ e $B \in \mathbf{R}^{3,1}$ non nulla: se $(1,1,-1)$ e $(-1,2,1)$ sono soluzioni del sistema $AX = B$ allora anche $(0,3,0)$ lo è; $\boxed{c}$ Sia $A \in \mathbf{R}^{3,3}$: se $(1,1,-1)$ e $(-1,2,1)$ sono soluzioni del sistema $AX = 0$ allora anche $(0,3,0)$ lo è; $\boxed{d}$ Sia $A \in \mathbf{R}^{3,3}$: il sistema $AX = B$ è incompatibile per ogni $B \in \mathbf{R}^{3,1}$.

6. Data $M \in \mathbf{R}^{m,n}$, sia $\rho(M)$ il suo rango. Quale affermazione è vera? $\boxed{a}$ Esistono $A, B \in \mathbf{R}^{3,3}$ tali che $\rho(A) = \rho(B) = 3$ e $AB = 0$; $\boxed{b}$ Esistono $A, B \in \mathbf{R}^{3,3}$ tali che $\rho(A) = \rho(B) = 3$ e $\rho(AB) = 1$; $\boxed{c}$ Esistono $A, B \in \mathbf{R}^{3,3}$ tali che $\rho(A) = \rho(B) = 1$ e $\det(AB) = 0$; $\boxed{d}$ Esistono $A, B \in \mathbf{R}^{3,3}$ tali che $\rho(A) = \rho(B) = 2$ e $\det(AB) \neq 0$.

7. Se $A \in \mathbf{R}^{4,4}$, $B \in \mathbf{R}^{4,1}$ e se il sistema $AX = B$ è incompatibile, allora: $\boxed{a}$ Il sistema $AX = 0$ è incompatibile; $\boxed{b}$ Il rango di A è uguale a 4; $\boxed{c}$ Il rango di A è minore di 4; $\boxed{d}$ Il rango di A è maggiore di 4.

8. Siano date
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ h & 1 & 1+h \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$
allora: $\boxed{a}$ Esiste $h \in \mathbf{R}$ tale che il sistema $AX = B$ abbia un'unica soluzione; $\boxed{b}$ Per ogni $h \in \mathbf{R}$ il sistema $AX = B$ ha infinite soluzioni; $\boxed{c}$ Esiste $h \in \mathbf{R}$ tale che il sistema $AX = B$ sia incompatibile; $\boxed{d}$ Per ogni $h \in \mathbf{R}$ il sistema $AX = B$ ha almeno una soluzione.

9. Dati i vettori $u = (4,4,0,-2)$, $v = (2,2,2,-1)$, $w = (0,0,-1,0)$, allora: $\boxed{a}$ $(1,1,0,0) \in \mathcal{L}(u,v,w)$; $\boxed{b}$ $\mathcal{L}(u) = \mathcal{L}(v+w)$; $\boxed{c}$ $(-2,-2,33,1) \in \mathcal{L}(u,v,w)$; $\boxed{d}$ $\dim \mathcal{L}(u,v,w) = 1$.

10. Dati in $\mathbf{R}^4$ $a = (1,2,-1,3)$, $b = (\frac{3}{2}, 0, -\sqrt{3}, 4)$, $c = (-1,0,2,0)$, $d_t = (3,0,t+1,0)$, allora: $\boxed{a}$ Per ogni $t \in \mathbf{R}$ i vettori a, b, c, d_t formano una base di $\mathbf{R}^4$; $\boxed{b}$ $\dim \mathcal{L}(a,b,c,d_t) = 4$ per ogni $t \in \mathbf{R}$; $\boxed{c}$ Esiste $t \in \mathbf{R}$ tale che $d_t \in \mathcal{L}(a,b,c)$; $\boxed{d}$ Esiste $t \in \mathbf{R}$ tale che $a \in \mathcal{L}(b,c,d_t)$.

ANALISI 1 – GEOMETRIA 1	4 novembre 2015

1. Data $M \in \mathbf{R}^{m,n}$, sia $\rho(M)$ il suo rango. Quale affermazione è vera? $\boxed{a}$ Esistono $A, B \in \mathbf{R}^{3,3}$ tali che $\rho(A) = \rho(B) = 3$ e $\rho(AB) = 1$; $\boxed{b}$ Esistono $A, B \in \mathbf{R}^{3,3}$ tali che $\rho(A) = \rho(B) = 1$ e $\det(AB) = 0$; $\boxed{c}$ Esistono $A, B \in \mathbf{R}^{3,3}$ tali che $\rho(A) = \rho(B) = 2$ e $\det(AB) \neq 0$; $\boxed{d}$ Esistono $A, B \in \mathbf{R}^{3,3}$ tali che $\rho(A) = \rho(B) = 3$ e $AB = 0$.

2. Quale affermazione è vera? $\boxed{a}$ Il sottospazio $\{(a, b, c, d, e) \in \mathbf{R}^5 : a + b + c + d + e = 0\}$ ha dimensione 1; $\boxed{b}$ Esistono sottospazi $U, V \subseteq \mathbf{R}^5$ tali che $\dim(U) = \dim(V) = 2$ e $U \cap V = \{0\}$; $\boxed{c}$ Esistono sottospazi $U, V \subseteq \mathbf{R}^5$ tali che $\dim(U) = \dim(V) = 3$ e $U \cap V = \{0\}$; $\boxed{d}$ Per ogni U, V sottospazi di $\mathbf{R}^5$ con $\dim(U) = \dim(V) = 2$ si ha $\dim(U + V) = 4$.

3. Se $A \in \mathbf{R}^{4,4}$, $B \in \mathbf{R}^{4,1}$ e se il sistema $AX = B$ è incompatibile, allora: $\boxed{a}$ Il rango di A è uguale a 4; $\boxed{b}$ Il rango di A è minore di 4; $\boxed{c}$ Il rango di A è maggiore di 4; $\boxed{d}$ Il sistema $AX = 0$ è incompatibile.

4. Dati i vettori $u = (4, 4, 0, -2)$, $v = (2, 2, 2, -1)$, $w = (0, 0, -1, 0)$, allora: $\boxed{a}$ $\mathcal{L}(u) = \mathcal{L}(v+w)$; $\boxed{b}$ $(-2, -2, 33, 1) \in \mathcal{L}(u, v, w)$; $\boxed{c}$ $\dim \mathcal{L}(u, v, w) = 1$; $\boxed{d}$ $(1, 1, 0, 0) \in \mathcal{L}(u, v, w)$.

5. Dati in $\mathbf{R}^4$ i sottospazi $U = \mathcal{L}((-3, 1, 1, 1), (1, -3, 1, 1))$ e $V = \mathcal{L}((1, 1, -3, 1), (1, 1, 1, -3))$, allora: $\boxed{a}$ (a, b, c, d) appartiene a V se e solo se $a = b$; $\boxed{b}$ $\dim(U+V) = 4$; $\boxed{c}$ $(1, 0, -1, 0)$ appartiene a V; $\boxed{d}$ $(1, 1, -1, -1)$ non appartiene a U.

6. Siano date
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ h & 1 & 1+h \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$
allora: $\boxed{a}$ Per ogni $h \in \mathbf{R}$ il sistema $AX = B$ ha infinite soluzioni; $\boxed{b}$ Esiste $h \in \mathbf{R}$ tale che il sistema $AX = B$ sia incompatibile; $\boxed{c}$ Per ogni $h \in \mathbf{R}$ il sistema $AX = B$ ha almeno una soluzione; $\boxed{d}$ Esiste $h \in \mathbf{R}$ tale che il sistema $AX = B$ abbia un'unica soluzione.

7. Se $U \subseteq \mathbf{R}^5$ è un sottospazio con $\dim(U) = 3$, allora: $\boxed{a}$ Esiste un sottospazio $V \subseteq \mathbf{R}^5$ con $\dim(V) = 1$ tale che $U \cap V$ sia vuoto; $\boxed{b}$ Se $V \subseteq \mathbf{R}^5$ è un sottospazio con $\dim(V) = 3$, allora $U \cap V$ contiene infiniti vettori; $\boxed{c}$ Esiste $v \in \mathbf{R}^5$ tale che $U + \mathcal{L}(v) = \mathbf{R}^5$; $\boxed{d}$ Per ogni sottospazio $V \subseteq \mathbf{R}^5$ con $\dim(V) = 4$ risulta $\dim(U \cap V) = 2$.

8. Dati il vettore riga $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ e il vettore trasposto M^t, allora: $\boxed{a}$ $M^tM = MM^t$; $\boxed{b}$ $\det(M^tM) = 0$; $\boxed{c}$ $\det(M^tM) \neq 0$; $\boxed{d}$ $M(M^t)M = M$.

9. Dati in $\mathbf{R}^4$ $a = (1, 2, -1, 3)$, $b = (\frac{3}{2}, 0, -\sqrt{3}, 4)$, $c = (-1, 0, 2, 0)$, $d_t = (3, 0, t + 1, 0)$, allora: $\boxed{a}$ $\dim \mathcal{L}(a, b, c, d_t) = 4$ per ogni $t \in \mathbf{R}$; $\boxed{b}$ Esiste $t \in \mathbf{R}$ tale che $d_t \in \mathcal{L}(a, b, c)$; $\boxed{c}$ Esiste $t \in \mathbf{R}$ tale che $a \in \mathcal{L}(b, c, d_t)$; $\boxed{d}$ Per ogni $t \in \mathbf{R}$ i vettori a, b, c, d_t formano una base di $\mathbf{R}^4$.

10. Quale affermazione è vera? $\boxed{a}$ Sia $A \in \mathbf{R}^{3,3}$ e $B \in \mathbf{R}^{3,1}$ non nulla: se $(1, 1, -1)$ e $(-1, 2, 1)$ sono soluzioni del sistema $AX = B$ allora anche $(0, 3, 0)$ lo è; $\boxed{b}$ Sia $A \in \mathbf{R}^{3,3}$: se $(1, 1, -1)$ e $(-1, 2, 1)$ sono soluzioni del sistema $AX = 0$ allora anche $(0, 3, 0)$ lo è; $\boxed{c}$ Sia $A \in \mathbf{R}^{3,3}$: il sistema $AX = B$ è incompatibile per ogni $B \in \mathbf{R}^{3,1}$; $\boxed{d}$ Il sistema $AX = B$ è compatibile per ogni $A \in \mathbf{R}^{3,3}$ e per ogni $B \in \mathbf{R}^{3,1}$.