

ANALISI 1 – GEOMETRIA 1 - TEST 1		Test di prova
Cognome:	Nome:	Matricola:
Corso di laurea:		A G

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.

- Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$. La frase $\forall a > 0, \exists b > 0$ t.c. $x > b \Rightarrow |f(x) - 1| < a$, è la definizione di: a $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$; b $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$; c $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$; d $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$.
- Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione periodica e sia $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione strettamente crescente. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? a $f(x) + g(x)$ è periodica; b $f(2x + 1)$ è periodica; c $f(g(x))$ è periodica; d $f(x) + g(x)$ è crescente.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{n+2} =$ a $2 + \sqrt{e}$; b $+\infty$; c $e/2$; d \sqrt{e} .
- Sia $A \subset \mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera? a Se tutti i punti di A sono di accumulazione allora A è aperto; b Se tutti i punti di A sono di accumulazione allora A è chiuso; c Se A è aperto tutti i suoi punti sono punti di accumulazione; d Se A è chiuso tutti i suoi punti sono punti di accumulazione.
- Se la serie a termini positivi $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ è convergente, quale delle seguenti serie è convergente? a $\sum_{n=1}^{+\infty} e^{-a_n}$; b $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(a_n + \frac{1}{n}\right)$; c $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{a_n}$; d $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \log(1+x)}{x \sin(3x)} =$ a 4; b -4; c 1/6; d 1/4.
- Quale è l'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^\alpha + \log(1+x^2)}{x \sin x} = 0$? a $\{\alpha < 2\}$; b $\{\alpha = 2\}$; c \emptyset ; d $\{\alpha > 2\}$.
- Per quale funzione $f(x)$ l'equazione $f(x) + x^2 + 1 = 0$ ha soluzione per $x \in [0, 1]$? a $f(x) = e^{-x} - 1$; b $f(x) = e^x - 3$; c $f(x) = 1 + e^{-x}$; d $f(x) = e^x - 1$.
- Se $a_n \sim b_n$ per $n \rightarrow +\infty$, allora a se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è divergente allora $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ è divergente; b $e^{a_n} \sim e^{b_n}$ per $n \rightarrow +\infty$; c $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} b_n$; d $\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_n - b_n) = 0$.
- Sia $f(x) := (x+1)e^{\frac{x}{x-1}}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera? a $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$; b f è crescente in $[0, 3]$; c f è crescente in $[3, +\infty)$; d f è decrescente in $(-\infty, 0]$.

1. In \mathbf{R}^5 siano dati i sottospazi $U = \mathcal{L}((1, 2, 1, -2, 1), (-2, -1, 0, -1, -1), (-1, 1, 1, -3, 0))$, $V = \mathcal{L}((0, 3, 2, -5, 1), (1, -1, -1, 3, 0))$. Quale delle seguenti affermazioni è vera? a $\dim(U + V) = 1$; b $\dim(U) = 3$; c $U \subseteq V$; d $U + V = \mathbf{R}^5$.

2. Se v_1, v_2, v_3, v_4 è una base di \mathbf{R}^4 , allora a Se $V = \mathcal{L}(v_1, v_2)$ e $W = \mathcal{L}(v_3, v_4)$, allora $V \cap W$ è vuoto; b Se $V = \mathcal{L}(v_1, v_2)$ e $W = \mathcal{L}(v_2, v_3)$, allora $\dim(V + W) = 4$; c Se $V = \mathcal{L}(v_1, v_2)$ e $W = \mathcal{L}(v_3, v_4)$, allora $V \cap W$ contiene un unico vettore.; d Si ha sempre $v_1 = (1, 0, 0, 0)$.

3. Se $A \in R^{4,2}$ allora: a $A(A^t) = (A^t)A$; b La matrice $A(A^t)$ non è simmetrica; c Esiste $B \in R^{4,1}$ non nullo tale che il sistema $AX = B$ è incompatibile; d Per ogni $B \in R^{4,1}$ non nullo il sistema $AX = B$ è incompatibile.

4. Si consideri il vettore riga $M = (1 \ 0 \ 0 \ 1)$ e il vettore colonna trasposto M^t . Allora il rango di $(M^t)M$ è a 3; b 4; c 1; d 2.

5. In $\mathbf{R}[x]_3$ siano dati i polinomi $p_1(x) = 1 + x - x^2 + 2x^3$, $p_2(x) = 1 - 2x - x^2 + x^3$, $p_3(x) = 3 + 2x^2 - x^3$, $p_4(x) = 5 - x + 2x^3$, $p_5(x) = 3 + 3x + 3x^2 - x^3$. Quale delle seguenti affermazioni è vera? a $(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5)$ è una base di $\mathbf{R}[x]_3$; b p_1 e p_5 sono linearmente dipendenti in $\mathbf{R}[x]_3$; c p_1, p_2, p_3 generano un sottospazio di $\mathbf{R}[x]_3$ di dimensione 3; d p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 sono linearmente indipendenti in $\mathbf{R}[x]_3$.

6. Sia V un sottospazio di R^{10} . Quale delle seguenti affermazioni è vera? a Esiste $w \in \mathbf{R}^{10}$ tale che $\dim(V + \mathcal{L}(w)) = \dim(V) + 2$; b Per ogni sottospazio $W \subseteq \mathbf{R}^{10}$ l'insieme $V \cap W$ contiene infiniti vettori; c Esiste un sottospazio $W \subseteq R^{10}$ tale che $\dim(V + W) = \dim(W)$; d Esiste un sottospazio $W \subseteq R^{10}$ tale che $\dim(W) = 3$, $\dim(V + W) = 5$, $\dim(V \cap W) = \dim(V) - 1$.

7. Per $h \in \mathbf{R}$ sia $A_h = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & h & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera? a Sia $h = 0$: allora il sistema $A_0X = B$ ha infinite soluzioni, qualsiasi sia $B \in \mathbf{R}^{3,1}$; b Esiste $h \in \mathbf{R}$ tale che il sistema $A_hX = 0$ ha solo la soluzione nulla; c Esistono $h \in \mathbf{R}$ e $B \in \mathbf{R}^{3,1}$ per cui il sistema $A_hX = B$ non ha soluzione; d A_h è invertibile per $h \neq 0$.

8. Sia $A \in \mathbf{R}^{2,2}$ invertibile. Quale delle seguenti affermazioni è vera? a Per ogni $B \in \mathbf{R}^{2,2}$ si ha $\det(3A + 2B) = 3 \det(A) + 2 \det(B)$; b $\det(A) + \det(A^{-1}) = 0$; c $\det(AA^t) > 0$; d Per ogni $\lambda \in \mathbf{R}$ si ha $\det(\lambda A) = \lambda(\det(A))$.

9. Si consideri $V = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 2x + \sqrt{17}y - z = 0\}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera? a L'insieme V non è un sottospazio di \mathbf{R}^3 ; b $U = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x - \pi y = 0\}$ e V hanno un solo vettore in comune; c In V esistono almeno due vettori linearmente indipendenti; d V è un sottospazio di \mathbf{R}^3 di dimensione 1.

10. Siano dati i vettori $v_1 = (1, 1, t)$, $v_2 = (1, -1, 0)$ e $v_3 = (1, 2, 0)$ di \mathbf{R}^3 . Quale delle seguenti affermazioni è vera? a $\dim \mathcal{L}(v_1, v_2) = 1$ per qualche $t \in \mathbf{R}$; b $\dim \mathcal{L}(v_2, v_3) = 1$; c v_1, v_2, v_3 sono linearmente indipendenti per infiniti $t \in \mathbf{R}$; d v_1, v_2, v_3 sono linearmente indipendenti per ogni $t \in \mathbf{R}$.