ANALISI MATEMATICA 1–Seconda prova intermedia		9 gennaio 2015
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di Laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1.
$$\int_{\log 2}^{+\infty} \frac{e^x}{e^{2x}-1}\,dx =$$

$\boxed{a}$ $\frac{\pi}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{\pi}{4}$; $\boxed{c}$ $\log\sqrt{3}$; $\boxed{d}$ $\log\sqrt{2}$.

2. Il polinomio di Taylor di grado 3 e con centro in $x=0$ della funzione $f(x) := e^{2x+x^2}-1$ è $\boxed{a}$ $2x+4x^2+\frac{16}{3}x^3$; $\boxed{b}$ $2x+3x^2+\frac{5}{6}x^3$; $\boxed{c}$ $2x+3x^2+\frac{10}{3}x^3$; $\boxed{d}$ $2x+4x^2+\frac{11}{6}x^3$.

3. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali l'integrale generalizzato $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x^{2\alpha}}\,dx$ converge è: $\boxed{a}$ $\frac{3}{4}<\alpha<\frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}<\alpha<\frac{2}{3}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}<\alpha<1$; $\boxed{d}$ $\frac{3}{4}<\alpha<1$.

4. Sia $g : [0,2] \to \mathbf{R}$ una funzione Riemann integrabile. Allora necessariamente: $\boxed{a}$ se $\int_0^2 g(x)\,dx \geq 1$ allora esiste $c \in [0,2]$ tale che $g(c) \geq \frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ se $\int_0^2 g(x)\,dx = 0$ allora esiste $c \in [0,2]$ tale che $g(c)=0$; $\boxed{c}$ g è continua o monotona in $[0,2]$; $\boxed{d}$ se $\int_0^2 g(x)\,dx \geq 2$ allora $g(x) \geq 1$ per ogni $x \in [0,2]$.

5. L'area della regione piana limitata dal grafico di $y=\log x$ e dalle rette $y=0$, $x=\frac{1}{2}$, $x=2$ è: $\boxed{a}$ $\frac{15}{2}\log 2-\frac{5}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{15}{2}\log 2-\frac{1}{2}$; $\boxed{c}$ $\frac{3}{2}\log 2-\frac{5}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{3}{2}\log 2-\frac{1}{2}$.

6. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ due volte derivabile in $\mathbf{R}$ e tale che $g'(1)=g''(1)=0$. Allora necessariamente $\boxed{a}$ $g(x)-g(1)=o((x-1)^2)$ per $x \to 1$; $\boxed{b}$ $g(x)-g(1)=o(x^2)$ per $x \to 0$; $\boxed{c}$ g ha un punto di flesso orizzontale per $x=1$; $\boxed{d}$ g ha un punto di massimo o minimo locale per $x=1$.

7. Sia $f : [0,1] \to \mathbf{R}$ monotona crescente con $f(0)=0$ e $f(1)=1$. Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera $\boxed{a}$ $\frac{1}{3} \leq \int_0^1 x^2 f(x)\,dx \leq 1$; $\boxed{b}$ $0 \leq \int_0^1 x^2 f(x)\,dx \leq \frac{1}{3}$; $\boxed{c}$ $\int_0^1 x^2 f(x)\,dx = 2f(1) - \int_0^1 2xf'(x)\,dx$; $\boxed{d}$ $\int_0^1 xf(x)\,dx \leq \int_0^1 x^2 f(x)\,dx$.

8. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ due volte derivabile in $\mathbf{R}$ e tale che $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +1$. Allora necessariamente $\boxed{a}$ esiste $c \in \mathbf{R}$ tale che $f''(c)=0$; $\boxed{b}$ esiste $c \in \mathbf{R}$ tale che $f'(c)=1$; $\boxed{c}$ $f(x)+x$ è monotona crescente in $\mathbf{R}$; $\boxed{d}$ esiste il massimo assoluto di f' in $\mathbf{R}$.

ANALISI MATEMATICA 1–Seconda prova intermedia		9 gennaio 2015
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di Laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ due volte derivabile in $\mathbf{R}$ e tale che $g'(1) = g''(1) = 0$. Allora necessariamente $\boxed{a}$ $g(x) - g(1) = o(x^2)$ per $x \to 0$; $\boxed{b}$ g ha un punto di flesso orizzontale per $x = 1$; $\boxed{c}$ g ha un punto di massimo o minimo locale per $x = 1$; $\boxed{d}$ $g(x) - g(1) = o((x-1)^2)$ per $x \to 1$.

2. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali l'integrale generalizzato $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x^{3\alpha}}\,dx$ converge è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{2}{3}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2} < \alpha < 1$; $\boxed{c}$ $\frac{3}{4} < \alpha < 1$; $\boxed{d}$ $\frac{3}{4} < \alpha < \frac{3}{2}$.

3. Sia $g : [0,2] \to \mathbf{R}$ una funzione Riemann integrabile. Allora necessariamente: $\boxed{a}$ se $\int_0^2 g(x)\,dx = 0$ allora esiste $c \in [0,2]$ tale che $g(c) = 0$; $\boxed{b}$ g è continua o monotona in $[0,2]$; $\boxed{c}$ se $\int_0^2 g(x)\,dx \geq 2$ allora $g(x) \geq 1$ per ogni $x \in [0,2]$; $\boxed{d}$ se $\int_0^2 g(x)\,dx \geq 1$ allora esiste $c \in [0,2]$ tale che $g(c) \geq \frac{1}{2}$.

4. Sia $f : [0,1] \to \mathbf{R}$ monotona crescente con $f(0) = 0$ e $f(1) = 1$. Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera $\boxed{a}$ $0 \leq \int_0^1 x^2 f(x)\,dx \leq \frac{1}{3}$; $\boxed{b}$ $\int_0^1 x^2 f(x)\,dx = 2f(1) - \int_0^1 2x f'(x)\,dx$; $\boxed{c}$ $\int_0^1 x f(x)\,dx \leq \int_0^1 x^2 f(x)\,dx$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3} \leq \int_0^1 x^2 f(x)\,dx \leq 1$.

5. $$\int_{\log 3}^{+\infty} \frac{e^x}{e^{2x}-1}\,dx =$$
   $\boxed{a}$ $\dfrac{\pi}{4}$; $\boxed{b}$ $\log\sqrt{3}$; $\boxed{c}$ $\log\sqrt{2}$; $\boxed{d}$ $\dfrac{\pi}{2}$.

6. Il polinomio di Taylor di grado 3 e con centro in $x = 0$ della funzione $f(x) := e^{2x+2x^2} - 1$ è $\boxed{a}$ $2x + 3x^2 + \frac{5}{6}x^3$; $\boxed{b}$ $2x + 3x^2 + \frac{10}{3}x^3$; $\boxed{c}$ $2x + 4x^2 + \frac{11}{6}x^3$; $\boxed{d}$ $2x + 4x^2 + \frac{16}{3}x^3$.

7. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ due volte derivabile in $\mathbf{R}$ e tale che $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +1$. Allora necessariamente $\boxed{a}$ esiste $c \in \mathbf{R}$ tale che $f'(c) = 1$; $\boxed{b}$ $f(x) + x$ è monotona crescente in $\mathbf{R}$; $\boxed{c}$ esiste il massimo assoluto di f' in $\mathbf{R}$; $\boxed{d}$ esiste $c \in \mathbf{R}$ tale che $f''(c) = 0$.

8. L'area della regione piana limitata dal grafico di $y = \log x$ e dalle rette $y = 0$, $x = \frac{1}{2}$, $x = 4$ è: $\boxed{a}$ $\frac{15}{2}\log 2 - \frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{3}{2}\log 2 - \frac{5}{2}$; $\boxed{c}$ $\frac{3}{2}\log 2 - \frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{15}{2}\log 2 - \frac{5}{2}$.

ANALISI MATEMATICA 1	9 gennaio 2015

1. (6 punti) Per $\beta \in \mathbb{R}$ sia $f_\beta : (-\infty, \infty) \to \mathbb{R}$ definita da $f_\beta(x) := \dfrac{(x+1)\cdot|x-1|}{1+\beta^2 x^2}$.

1. Disegnate approssimativamente il grafico di f_β per $\beta = 0$ e per $\beta = 2$ (non è richiesto lo studio della derivata seconda).
2. Calcolate per quali valori reali di β è vero che $\max_{x\in\mathbb{R}} f_\beta(x) = 1$.

ANALISI MATEMATICA 1	9 gennaio 2015

2. (6 punti) Dite per quali $x \in \mathbb{R}$ l'integrale $\displaystyle\int_1^x \frac{1}{t^4\sqrt{|t-2|}}\,dt$ è ben definito nel senso di Riemann e per quali $x \in \mathbb{R}$ lo stesso integrale è convergente in senso generalizzato.
Disegnate quindi il grafico di $F(x) := \displaystyle\int_1^x \frac{1}{t^4\sqrt{|t-2|}}\,dt$ nell'intervallo degli $x \in \mathbb{R}$ per i quali l'integrale o è definito nel senso di Riemann o è convergente in senso generalizzato (non è richiesto lo studio della derivata seconda di F).

ANALISI MATEMATICA 1	9 gennaio 2015

3. (6 punti)

1. Enunciate e dimostrate il teorema della media integrale.
2. Dimostrate la seguente affermazione:
   se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ è continua, non negativa ed esiste $c \in [a, b]$ tale che $f(c) > 0$ allora $\int_a^b f(x)\, dx > 0$.