

| | | | | | | | | | | |
|--|--------------|--|-----|--|--|--|------|-----|-----|-----|
| ANALISI MATEMATICA 1 –Secondo appello | | 9 febbraio 2015 | | | | | | | | |
| Cognome: | Nome: | Matricola: | | | | | | | | |
| Corso di Laurea: | | <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: none;"> </td> <td style="border: none;"> </td> <td style="border: none;"> </td> <td style="border: none;"> </td> </tr> <tr> <td style="border: none;">Test</td> <td style="border: none;"> Es1</td> <td style="border: none;"> Es2</td> <td style="border: none;"> Es3</td> </tr> </table> | | | | | Test | Es1 | Es2 | Es3 |
| | | | | | | | | | | |
| Test | Es1 | Es2 | Es3 | | | | | | | |

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

- Sia $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $F(x) := \int_1^x e^{t^2} dt$. Il polinomio di Taylor di secondo grado, con centro in $x_0 = 1$ di F è: a $1 + e(x - 1) + \frac{e}{2}(x - 1)^2$; b $1 + e + \frac{e}{2}(x - 1)^2$; c $e(x - 1) + e(x - 1)^2$; d $ex + \frac{e}{2}(x - 1)^2$.
- Sia $s_n : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}$ una successione. Se per ogni $\epsilon > 0$ esiste $\bar{n} > 0$ tale che per ogni $n, m > \bar{n}$ vale $|s_n - s_m| < \epsilon$ allora a $\sum_{n=0}^{+\infty} s_n$ è convergente; b $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{s_{n+1}}{s_n} < 1$; c s_n è convergente; d s_n è limitata ma potrebbe essere non convergente.
- Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ due volte derivabile in \mathbf{R} . Se c è un punto di massimo relativo per f in \mathbf{R} allora necessariamente: a esiste $\delta > 0$ tale che $f(c) - f(x) \geq 0$ per $x \in (c - \delta, c + \delta)$; b esiste $\delta > 0$ tale che $f''(x) \leq 0$ per $x \in (c - \delta, c + \delta)$; c $f'(c) = 0$ e $f''(c) < 0$; d esiste $\delta > 0$ tale che $f'(x) \geq 0$ per $x \in (c - \delta, c)$ e $f'(x) \leq 0$ per $x \in (c, c + \delta)$.
- Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x) := x + 3^x$. Sia g la funzione inversa di f . L'equazione della retta tangente al grafico di g nel punto $(4, g(4))$ è: a $y = \frac{x - 4}{1 + \log 3} + 1$; b $y = \frac{x - 4}{3 + \log 3} + 1$; c $y = \frac{x - 4}{1 + 3 \log 3} + 1$; d $y = \frac{x - 1}{3 + \log 3} + 4$.
- $$\int_0^{\pi/4} x^2 \sin(2x) dx =$$
 a $\frac{1}{16}(\pi - 4)$; b $\frac{1}{64}(\pi^2 - 4)$; c $\frac{1}{8}(\pi - 2)$; d $\frac{1}{32}(\pi^2 - 2)$.
- L'insieme dei numeri $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^\alpha}{n^{2\alpha} + n^2}$ è convergente è: a $\{0 < \alpha < 2\}$; b $\{\alpha \neq 1/2\}$; c $\{\alpha \neq 1\}$; d $\{\alpha \in \mathbf{R}\}$.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+1}{n+3} \right)^n =$ a e^{-3} ; b e^{-2} ; c 1 ; d e^{-1} .
- Sia $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ due volte derivabile e tale che $g''(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. Allora necessariamente: a g non può avere asintoti orizzontali; b se c è un punto di minimo locale per g allora c è il minimo assoluto di g in \mathbf{R} ; c $g(x) + x$ è monotona crescente in \mathbf{R} ; d $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$.

| | | | | | | |
|--|--------------|---|------|-----|-----|-----|
| ANALISI MATEMATICA 1 –Secondo appello | | 9 febbraio 2015 | | | | |
| Cognome: | Nome: | Matricola: | | | | |
| Corso di Laurea: | | <table border="1"> <tr> <td>Test</td> <td>Es1</td> <td>Es2</td> <td>Es3</td> </tr> </table> | Test | Es1 | Es2 | Es3 |
| Test | Es1 | Es2 | Es3 | | | |

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

- L'insieme dei numeri $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^\alpha}{n^{2\alpha} + n^2}$ è convergente è: $\{\alpha \neq 1/2\}$; $\{\alpha \neq 1\}$; $\{\alpha \in \mathbf{R}\}$; $\{0 < \alpha < 2\}$.
- Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ due volte derivabile in \mathbf{R} . Se c è un punto di massimo relativo per f in \mathbf{R} allora necessariamente: esiste $\delta > 0$ tale che $f''(x) \leq 0$ per $x \in (c - \delta, c + \delta)$; $f'(c) = 0$ e $f''(c) < 0$; esiste $\delta > 0$ tale che $f'(x) \geq 0$ per $x \in (c - \delta, c)$ e $f'(x) \leq 0$ per $x \in (c, c + \delta)$; esiste $\delta > 0$ tale che $f(c) - f(x) \geq 0$ per $x \in (c - \delta, c + \delta)$.
- Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x) := x + 3^x$. Sia g la funzione inversa di f . L'equazione della retta tangente al grafico di g nel punto $(4, g(4))$ è: $y = \frac{x-4}{3 + \log 3} + 1$; $y = \frac{x-4}{1 + 3 \log 3} + 1$; $y = \frac{x-1}{3 + \log 3} + 4$; $y = \frac{x-4}{1 + \log 3} + 1$.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+1}{n+4} \right)^n =$ e^{-3} ; 1 ; e^{-1} ; e^{-4} .
- Sia $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $F(x) := \int_1^x e^{t^2} dt$. Il polinomio di Taylor di secondo grado, con centro in $x_0 = 1$ di F è: $1 + e + \frac{e}{2}(x-1)^2$; $e(x-1) + e(x-1)^2$; $ex + \frac{e}{2}(x-1)^2$; $1 + e(x-1) + \frac{e}{2}(x-1)^2$.
- Sia $s_n : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}$ una successione. Se per ogni $\epsilon > 0$ esiste $\bar{n} > 0$ tale che per ogni $n, m > \bar{n}$ vale $|s_n - s_m| < \epsilon$ allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{s_{n+1}}{s_n} < 1$; s_n è convergente; s_n è limitata ma potrebbe essere non convergente; $\sum_{n=0}^{+\infty} s_n$ è convergente.
- Sia $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ due volte derivabile e tale che $g''(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. Allora necessariamente: se c è un punto di minimo locale per g allora c è il minimo assoluto di g in \mathbf{R} ; $g(x) + x$ è monotona crescente in \mathbf{R} ; $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$; g non può avere asintoti orizzontali.
- $$\int_0^{\pi/4} x^2 \sin(4x) dx =$$
 $\frac{1}{64}(\pi^2 - 4)$; $\frac{1}{8}(\pi - 2)$; $\frac{1}{32}(\pi^2 - 2)$; $\frac{1}{16}(\pi - 4)$.

1. (6 punti)

1. Trovate per quali valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x|^{-\alpha} \arctan\left(\frac{x}{x^6 + 1}\right) dx.$$

2. Calcolate il valore dell'integrale, quando α è nell'insieme trovato precedentemente.

1. (6 punti)

1. Trovate per quali valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x|^{-\alpha} \arctan\left(\frac{x}{x^4 + 1}\right) dx.$$

2. Calcolate il valore dell'integrale, quando α è nell'insieme trovato precedentemente.

2. (6 punti)

1. Studiate l'andamento e disegnate approssimativamente il grafico di $f(x) := \frac{|e^x - 2|}{e^x - 4}$ sul suo naturale dominio di definizione.
2. Disegnate approssimativamente il grafico di $F(x) := \int_1^x f(t) dt$ sul suo naturale dominio di definizione.

3. (6 punti)

1. (a) Scrivete la definizione di successione numerica convergente.
(b) Scrivete la definizione di serie numerica convergente.
2. Enunciate e dimostrate una condizione necessaria per la convergenza di una serie numerica.