ANALISI MATEMATICA 1 –Terzo appello		8 giugno 2015
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di Laurea:		| | | | Test |Es1 |Es2 |Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Sia $F : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $F(x) := \displaystyle\int_1^{x/2} \sin(\pi t^2)\, dt$. Il polinomio di Taylor di secondo grado, con centro in $x_0 = 2$ di F è: $\boxed{a}$ $\frac{\pi}{2}(x-2)^2$; $\boxed{b}$ $\pi(x-2) + \frac{\pi}{2}(x-2)^2$; $\boxed{c}$ $-\frac{\pi}{4}(x-2)^2$; $\boxed{d}$ $2\pi(x-2) - \frac{\pi}{4}(x-2)^2$.

2. Siano dati $a > 0$, $b > 0$ e una successione $s_n : \mathbf{N} \to \mathbf{R}$. Se per ogni $\epsilon > 0$ esiste $\bar{n} > 0$ tale che per ogni $n > \bar{n}$ vale $|as_n - b| < \epsilon$ allora $\boxed{a}$ $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} s_n = \frac{a}{b}$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} s_n = \frac{b}{a}$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} s_n = |a-b|$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} s_n = ab$.

3. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Se $F(x) := \displaystyle\int_0^x f(t)\, dt$ allora necessariamente: $\boxed{a}$ F ha un punto di minimo; $\boxed{b}$ un punto di minimo relativo di F è anche di minimo assoluto; $\boxed{c}$ F è crescente solo per $x > 0$; $\boxed{d}$ F è strettamente crescente in $\mathbf{R}$.

4. Sia I un intervallo e sia $f : I \to \mathbf{R}$ invertibile. Indichiamo con f^{-1} la funzione inversa. Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera? $\boxed{a}$ Il dominio di f^{-1} è un intervallo; $\boxed{b}$ f è strettamente monotona in I; $\boxed{c}$ Se f è strettamente monotona e derivabile in I allora f^{-1} è derivabile; $\boxed{d}$ Se f è derivabile in I e se $f'(x) \neq 0$ per ogni $x \in I$ allora f^{-1} è derivabile.

5. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora
$$\int_a^b x\, f(2x^2+1)\, dx =$$
$\boxed{a}$ $4\displaystyle\int_a^b f(t)\, dt$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\frac{1}{4}\int_a^b f(t)\, dt$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\frac{1}{4}\int_{2a^2+1}^{2b^2+1} f(t)\, dt$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\int_{\frac{\sqrt{a^2+1}}{2}}^{\frac{\sqrt{b^2+1}}{2}} \frac{\sqrt{t^2+1}}{2} f(t)\, dt$.

6. L'insieme dei numeri $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali converge $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^\alpha}{n^{2\alpha}+n}$ è: $\boxed{a}$ $\{-1 < \alpha < 1\}$; $\boxed{b}$ $\{2 < \alpha\}$; $\boxed{c}$ $\{\alpha \neq 0\}$; $\boxed{d}$ $\{\alpha < 0\} \cup \{\alpha > 1\}$.

7. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n}{n+3}\right)^{2n} =$ $\boxed{a}$ e^5; $\boxed{b}$ e^{-6}; $\boxed{c}$ e^{-5}; $\boxed{d}$ e^6.

8. $$\lim_{x\to 0} \frac{x\cos x - \sin x}{x \sin^2 x} =$$
$\boxed{a}$ $\dfrac{1}{3}$; $\boxed{b}$ $-\dfrac{1}{6}$; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ $-\dfrac{1}{3}$.

ANALISI MATEMATICA 1 –Terzo appello		8 giugno 2015
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di Laurea:		Test |Es1 |Es2 |Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. L'insieme dei numeri $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali converge $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^\alpha}{n^{2\alpha}+n}$ è: $\boxed{a}$ $\{2 < \alpha\}$; $\boxed{b}$ $\{\alpha \neq 0\}$; $\boxed{c}$ $\{\alpha < 0\} \cup \{\alpha > 1\}$; $\boxed{d}$ $\{-1 < \alpha < 1\}$.

2. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Se $F(x) := \int_0^x f(t)\,dt$ allora necessariamente: $\boxed{a}$ un punto di minimo relativo di F è anche di minimo assoluto; $\boxed{b}$ F è crescente solo per $x > 0$; $\boxed{c}$ F è strettamente crescente in $\mathbf{R}$; $\boxed{d}$ F ha un punto di minimo.

3. Sia I un intervallo e sia $f : I \to \mathbf{R}$ invertibile. Indichiamo con f^{-1} la funzione inversa. Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera? $\boxed{a}$ f è strettamente monotona in I; $\boxed{b}$ Se f è strettamente monotona e derivabile in I allora f^{-1} è derivabile; $\boxed{c}$ Se f è derivabile in I e se $f'(x) \neq 0$ per ogni $x \in I$ allora f^{-1} è derivabile; $\boxed{d}$ Il dominio di f^{-1} è un intervallo.

4. $\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n}{n-3}\right)^{2n} =$ $\boxed{a}$ e^{-6}; $\boxed{b}$ e^{-5}; $\boxed{c}$ e^{6}; $\boxed{d}$ e^{5}.

5. Sia $F : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $F(x) := \int_1^{x/2} \sin(\pi t^2)\,dt$. Il polinomio di Taylor di secondo grado, con centro in $x_0 = 2$ di F è: $\boxed{a}$ $\pi(x-2) + \frac{\pi}{2}(x-2)^2$; $\boxed{b}$ $-\frac{\pi}{4}(x-2)^2$; $\boxed{c}$ $2\pi(x-2) - \frac{\pi}{4}(x-2)^2$; $\boxed{d}$ $\frac{\pi}{2}(x-2)^2$.

6. Siano dati $a > 0$, $b > 0$ e una successione $s_n : \mathbf{N} \to \mathbf{R}$. Se per ogni $\epsilon > 0$ esiste $\bar{n} > 0$ tale che per ogni $n > \bar{n}$ vale $|as_n - b| < \epsilon$ allora $\boxed{a}$ $\lim_{n\to+\infty} s_n = \frac{b}{a}$; $\boxed{b}$ $\lim_{n\to+\infty} s_n = |a-b|$; $\boxed{c}$ $\lim_{n\to+\infty} s_n = ab$; $\boxed{d}$ $\lim_{n\to+\infty} s_n = \frac{a}{b}$.

7. $$\lim_{x\to 0} \frac{x\cos x - \sin x}{x \sin^2 x} =$$
$\boxed{a}$ $-\frac{1}{6}$; $\boxed{b}$ 0; $\boxed{c}$ $-\frac{1}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}$.

8. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Allora
$$\int_a^b x\, g(2x^2+1)\,dx =$$
$\boxed{a}$ $\frac{1}{4}\int_a^b g(t)\,dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{4}\int_{2a^2+1}^{2b^2+1} g(t)\,dt$; $\boxed{c}$ $\int_{\frac{\sqrt{a^2+1}}{2}}^{\frac{\sqrt{b^2+1}}{2}} \frac{\sqrt{t^2+1}}{2} g(t)\,dt$; $\boxed{d}$ $4\int_a^b g(t)\,dt$.

ANALISI MATEMATICA 1	8 giugno 2015

1. (6 punti) Calcolate l'integrale improprio: $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2e^x}{e^{2x}+4e^x+8}\,dx.$

Studiate la convergenza dell'integrale improprio: $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2+4x+8\log(x+e)}\,dx.$

ANALISI MATEMATICA 1	8 giugno 2015

1. (6 punti) Calcolate l'integrale improprio: $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{4e^x}{e^{2x}+4e^x+8}\,dx.$

Studiate la convergenza dell'integrale improprio: $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2+4x+8\log(x+e)}\,dx.$

ANALISI MATEMATICA 1	8 giugno 2015

2. (6 punti) Disegnate approssimativamente (continuità, limiti agli estremi del campo di esistenza, crescita e decrescita) della curva di equazione: $y = \dfrac{|e^x - 1|}{x}$, sul suo naturale dominio di definizione.

Utilizzate il risultato precedente per disegnare il grafico di $F(t) = \displaystyle\int_{-1}^{t} \frac{|e^x - 1|}{x}\, dx$.

ANALISI MATEMATICA 1	8 giugno 2015

2. (6 punti) Disegnate approssimativamente (continuità, limiti agli estremi del campo di esistenza, crescita e decrescita) della curva di equazione: $y = \dfrac{|e^x - 1|}{x}$, sul suo naturale dominio di definizione.

Utilizzate il risultato precedente per disegnare il grafico di $F(t) = \displaystyle\int_1^t \frac{|e^x - 1|}{x}\,dx$.

ANALISI MATEMATICA 1	8 giugno 2015

3. (6 punti) Definite cosa si intende per punto di massimo relativo (o massimo locale) di una funzione a valori reali.

Enunciate e dimostrate il teorema di Fermat.