L'esperimento di Michelson - Morley

Le equazioni di Maxwell presentano una difficoltà immediata: le equazioni d'onda non sono invarianti in forma sotto le trasformazioni di Galileo

$$x' = x - Vt\,, \qquad y' = y\,, \qquad z' = z\,, \qquad t' = t\,, \tag{1}$$

e gli effetti elettromagnetici non sarebbero identici se osservati da differenti sistemi di riferimento inerziali (se valido il principio di relativit'a à la Galileo). In particolare la velocità della luce nel vuoto dipenderebbe dal sistema di riferimento. Se consideriamo valide le equazioni di Maxwell e quelle della meccanica classica, deve esistere un sistema di riferimento privilegiato, il riferimento a riposo con l'etere, nel quale le equazioni di Maxwell sono valide e la luce si propaga con velocità $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$.

Il più famoso tentativo di individuare il riferimento a riposo con l'etere fu l'esperimento di Michelson - Morley (vedi il file figura1). Un raggio luminoso proveniente dalla sorgente L è separato in due raggi da uno specchio semiargentato posto in P. I due raggi vengono riflessi rispettivamente dai due specchi S_1 ed S_2 e raccolti dal telescopio F nel quale si osservano le frange di interferenza. L'apparato sia a riposo nel laboratorio e supponiamo che questo sia in moto rispetto all'etere (stazionario con le stelle fisse) con velocità $v = V_{\rm terra} \approx 30$ Km/sec, V sia parallela alla direzione $S_1P = \hat{y}$, cioè $\mathbf{v} = \hat{y}\,v$. Il tempo T_1 di percorrenza del tratto PS_1P di lunghezza l_1 risulta (nell'ipotesi delle trasformazioni (1)

$$t_1 = \left(\frac{l_1}{c-v} + \frac{l_1}{c+v}\right) = \frac{2l_1}{c(1-v^2/c^2)}\,, \tag{2}$$

dato che deve valere

$$\mathbf{v}_{\rm luce} = \mathbf{c} - \mathbf{v}\,, \tag{3}$$

dove $\mathbf{v}_{\rm luce}$ è la velocità della luce rispetto al laboratorio. Il tratto l_1 sarà dunque percorso con velocità $c+v$ nel percorso di andata, quando $\mathbf{v}_{\rm luce}$ e $\mathbf{v}$ hanno lo stesso verso e $c-v$ al ritorno dopo la riflessione sullo specchio S_1, quando i versi delle due velocità sono opposti. Nel calcolare il tempo t_2 richiesto per percorrere il cammino PS_2P si deve tener conto che P esegue uno spostamento δ (vedi figura1) mentre la luce viaggia da P a S_2. In conclusione

$$t_2 = \frac{v}{2\delta}\,, \qquad t_2 = \frac{l_2}{\sqrt{c^2-v^2}} + \frac{l_2}{\sqrt{c^2-v^2}}\,, \tag{4}$$

dato che la componente della velocità della luce lungo $PS_2 = \hat{x}$ è $\mathbf{v}_{\rm luce}\cdot\hat{x} = \sqrt{c^2-v^2}\hat{x}$, mentre lungo $S_1P = \hat{y}$ è $\mathbf{v}_{\rm luce}\cdot\hat{y} = v\hat{y}$.
La differenza Δ tra i due cammini ottici risulta:

$$\Delta = c(t_1 - t_2) = \frac{2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\left(\frac{l_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - l_2\right)\,. \tag{5}$$

Se lo strumento viene ruotato di 90^0 i ruoli di l_1 ed l_2 vengono scambiati e si ha:

$$t_1' = \frac{2l_1}{\sqrt{c^2-v^2}}\,, \qquad t_2' = \frac{2l_2}{c(1-v^2/c^2)}\,, \tag{6}$$

ovvero

$$\Delta' = c(t_1' - t_2') = \frac{2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \left(l_1 - \frac{l_2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) \ . \tag{7}$$

Così, ruotando lo strumento di 90^0 ci aspetteremmo uno spostamento di n frange

$$n \ = \ \frac{\Delta' - \Delta}{\lambda} = 2\frac{(l_1 + l_2)}{\lambda\sqrt{1 - v^2/c^2}} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right] \approx -\frac{l_1 + l_2}{\lambda} \frac{v^2}{c^2} \tag{8}$$

dove l'ultima espressione è ottenuta espandendo

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + ... \tag{9}$$

L'osservazione non mostrò spostamento delle frange e l'accuratezza fu stimata compatibile con una velocità del laboratorio rispetto all'etere

$$v < 10 \, \text{Km/sec} \approx \frac{1}{3} V_{\text{terra}} \, .$$

Come ultimo commento si osservi che se le lunghezze si contraessero (ipotesi di contrazione delle lunghezze di Lorentz in accordo alle sue trasformazioni), cioè $l \to l \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}$ quando in movimento, si avrebbe che $l_1 \to l_1\sqrt{1 - v^2/c^2}$ in t_1 (equazione(2)) e $l_2 \to l_2\sqrt{1 - v^2/c^2}$ in t_2' di equazione (6) ottenendo

$$\Delta = c(t_1 - t_2) \to \frac{2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \left(\frac{l_1\sqrt{1 - v^2/c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - l_2 \right) = \frac{2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \ (l_1 - l_2) \ .$$

e

$$\Delta' = c(t_1' - t_2') \to \frac{2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \left(l_1 - \frac{l_2\sqrt{1 - v^2/c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) = \frac{2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \ (l_1 - l_2) \ .$$

e quindi

$$\Delta' - \Delta = 0 \ !$$

e le frange non si devono spostare...