

Capacità della membrana

1. Una membrana biologica ha una capacità specifica di 10^{-2} Farad/m² ed una carica superficiale a riposo $\sigma = 10^{-3}$ Coulomb/m². Sapendo che la costante dielettrica relativa del tessuto vale $\epsilon_r = K \approx 3$,
 - a) trovare lo spessore della membrana e la differenza di potenziale a cui è sottoposta;
 - b) supponendo che i canali di Na⁺ siano 50×10^{12} /m² e che attraverso essi fluiscano 1000 ioni Na⁺ in 10^{-3} sec, trovare il valore a cui si riduce σ e la differenza di potenziale, dopo tale tempo (supporre che solo il 10% dei canali si attivino).

Soluzione

1. *Una membrana biologica ha una capacità specifica di 10^{-2} Farad/m² ed una carica superficiale a riposo $\sigma = 10^{-3}$ Coulomb/m². Sapendo che la costante dielettrica relativa del tessuto vale $\epsilon_r = K \approx 3$,*
 - a) *trovare lo spessore della membrana e la differenza di potenziale a cui è sottoposta;*
Per $1 \text{ m}^2 = A$ di superficie della membrana la capacità vale (d è proprio lo spessore della membrana)

$$C = K \epsilon_0 \frac{A}{d} = 10^{-2} \text{ Farad},$$

quindi

$$d = K \epsilon_0 \frac{A}{C} = 3 \cdot 8.85 \times 10^{-12} \text{ Farad/m} \cdot \frac{1 \text{ m}^2}{10^{-2} \text{ Farad}} \approx 2.66 \text{ nm}.$$

La differenza di potenziale vale

$$V = E \cdot d = \frac{\sigma}{K \epsilon_0} \cdot d = \frac{10^{-3} \text{ Coulomb/m}^2}{3 \cdot 8.85 \times 10^{-12} \text{ Farad/m}} \cdot 2.66 \times 10^{-9} \text{ m} \approx 0.1 \text{ Volt}.$$

oppure

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{\sigma \cdot A}{K \epsilon_0 A/d} = \frac{\sigma}{K \epsilon_0} \cdot d \approx 0.1 \text{ Volt}.$$

b) supponendo che i canali di Na^+ siano $50 \times 10^{12}/\text{m}^2$ e che attraverso essi fluiscano 1000 ioni Na^+ in 10^{-3} sec, trovare il valore a cui si riduce σ e la differenza di potenziale, dopo tale tempo (supporre che solo il 10% dei canali si attivino).

Ogni canale trasporta (in 1 msec) una carica $Q_{\text{Na}} = 1000 q_e = 1000 \cdot 1.602 \times 10^{-19} \text{ Coulomb} = 1.602 \times 10^{-16} \text{ Coulomb}$, mentre in un metro quadro di membrana solo $50 \times 10^{12}/10 = 50 \times 10^{11}$ canali sono attivi. Ne risulta che in 1 m^2 , in 1 msec, $50 \times 10^{11} \cdot 1.602 \times 10^{-16} \text{ Coulomb} = 0.8 \times 10^{-3} \text{ Coulomb}$ vengono rimossi e la carica superficiale si riduce a

$$\sigma' = 0.2 \times 10^{-3} \text{ Coulomb}/\text{m}^2.$$

Il potenziale viene ridotto dello stesso rapporto essendo proporzionale a σ , perciò

$$V' = V \frac{\sigma'}{\sigma} = 0.02 \text{ Volt}.$$