

Relazioni di laboratorio

1

- brevi (max 1-2 pag)
- da consegnare a mano o via mail (a bettotti@science.unitn.it e ascenzi@science.unitn.it)
- in formato pdf (preferito) o doc (ma leggibile da Word 2003)
- la prima in tempi brevi se volete avere un feedback

Errori ed incertezze di misura

2

Errori ed incertezze sono **insite** nel processo di misura =
la misura perfetta **NON** esiste

La misura si fa utilizzando uno strumento, ogni strumento ha associata un'incertezza (non esistono strumenti con accuratezza infinita!) - Ogni misura comporta una stima

Misura = confrontare la grandezza fisica da misurare con un'unità di misura della stessa tramite uno strumento di misura

Misura di una grandezza fisica

Diretta: si ottiene il valore numerico della grandezza fisica tramite il confronto con l'unità di misura o tramite l'uso di sistemi tarati

Esempi:

- misura di una lunghezza con un metro
- misura del tempo con un cronometro
- misura di una massa con la bilancia analitica
- misura di un volume con un matraccio tarato

Indiretto: si ottiene il valore numerico della grandezza fisica utilizzando relazioni analitiche note che legano la grandezza fisica che si vuole determinare ad altre grandezze fisiche

Esempi:

- misura di una velocità media (Lunghezza / tempo)
- misura della densità (massa / volume)
- determinazione della molarità di una soluzione (massa del soluto e volume della soluzione)

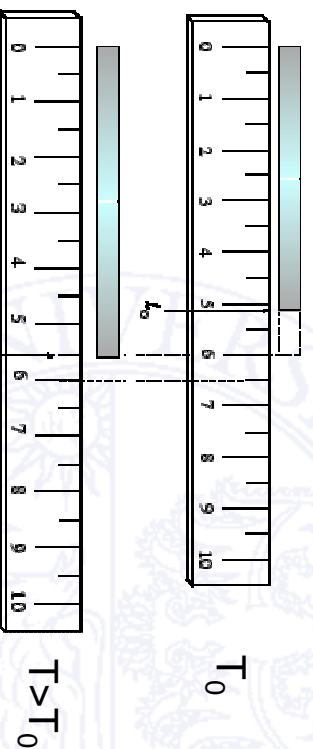
Cause delle incertezze di misura

1. Definizione **incompleta** della grandezza da misurare (misurando)

Esi: determinare la percentuale di K nell'acqua del Mare Adriatico (dipende dalla zona di prelievo)

2. Imperfetta conoscenza delle condizioni ambientali

Esi: utilizzo di uno strumento a temperatura diversa da quella a cui è stato calibrato



3. Errore di lettura dello strumento di misura

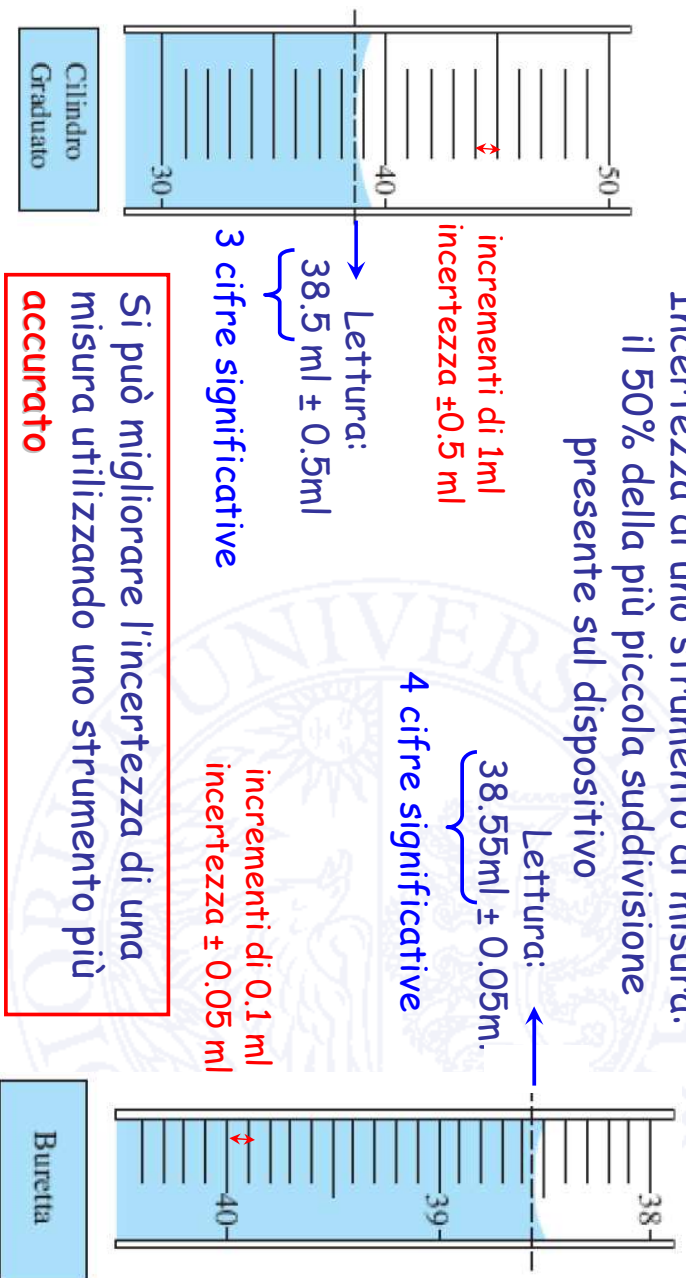
Dipendono dall'abilità di stima dello sperimentatore. Esi: errore di parallasse nella lettura del menisco di un cilindro/buretta o della posizione di un ago in uno strumento analogico

Cause delle incertezze di misura

4. Risoluzione finita dello strumento

Es: cifra meno significativa sul display di uno strumento digitale

Incertezza di uno strumento di misura:
il 50% della più piccola suddivisione
presente sul dispositivo



Cause delle incertezze di misura

5. Valori inesatti dei campioni e dei materiali di riferimento

Es: nella calibrazione del conduttimetro si utilizza una soluzione di KCl contaminata (e quindi non più 0.01M)

6. Valori inesatti di costanti e altri parametri che intervengono nell'analisi dei dati

Es: misura indiretta di una grandezza che richiede di conoscere il valore della "costante" velocità della luce

Es: incertezza sulle grandezze misurate direttamente si **propaga** su quelle misurate indirettamente

7. Approssimazioni ed assunzioni che intervengono nel metodo e nella procedura di misura

Es: calibriamo il conduttimetro in due punti ed assumiamo che la calibrazione resti valida anche per valori di conducibilità al di fuori dell'intervallo di calibrazione

Cause delle incertezze di misura

8. Campione non rappresentativo della grandezza da misurare

Es: sondaggi per stimare la percentuale di popolazione in possesso di un determinato carattere. Sondaggi dei giornali fatti sul campione dei lettori possono essere "biased" - Analisi chimico-fisica di un quadro che comporta distruzione di un pezzo di tela

9. Imperfetta realizzazione della definizione del misurando

Es: misurare l'accelerazione di un corpo lungo un piano inclinato privo di attrito - Assenza di attrito è una richiesta molto stringente e l'apparato sperimentale sarà una imperfetta realizzazione della richiesta

10. Variazioni in osservazioni ripetute del misurando sotto condizioni di misura apparentemente identiche
sono gli **errori casuali** o statistici

Tipi di errori

Errori sistematici

Deviazioni dal valore vero che durante la misura sono costanti in entità e segno. Possono variare con il tempo e da uno sperimentatore all'altro

Esempi • misurare la massa con una bilancia scalibrata

- non trasferire tutto il campione pesato nel matraccio tarato
- valutazione della posizione del menisco da parte dello sperimentatore

Errori casuali

Influenze non controllabili e non unidirezionali (\pm) che intervengono durante una **serie di misure**

Separazione netta tra errori **sistematici** e **casuali** non sempre è possibile

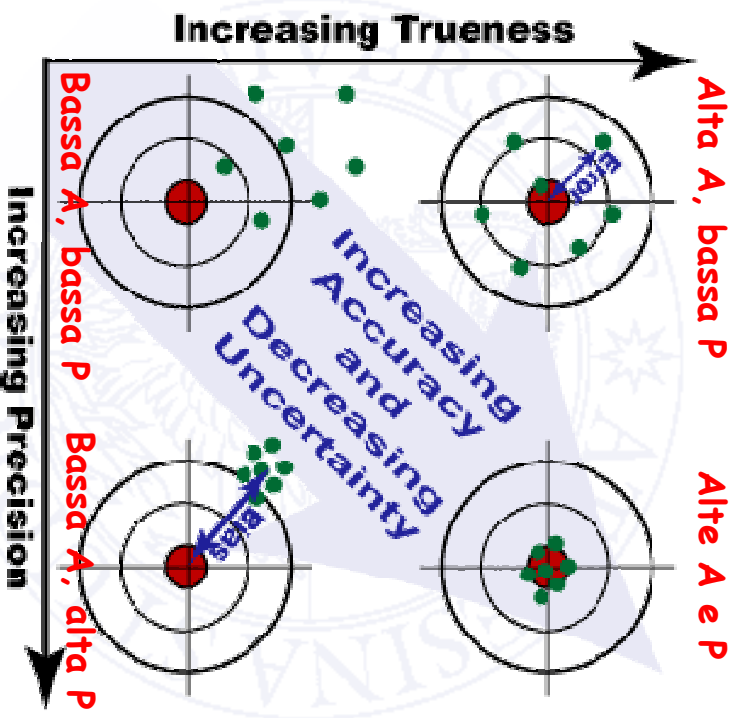
Es: T ambiente è causa di errori sistematici, ma effettuando una serie di misure in un ambiente a T non monitorata può produrre errori casuali

Accuratezza (trueness) e precisione (precision)

9

Accuratezza: quanto le misure (il loro valor medio) si avvicina al valore "vero" della grandezza misurata

Precisione: è il grado di convergenza delle misure rispetto al loro valore medio (= quanto le misure risultano in accordo tra di loro)



10

Incertezza assoluta e relativa

Misura: $X_0 \pm \Delta X$

contiene il contributo di tutti gli errori (casuali+sistematici)

Incertezza assoluta: ΔX

Incertezza relativa (%): $\Delta X/X_0 \cdot 100$

Esempio:

Se misuro l'altezza di una persona con un metro a nastro che ha una risoluzione di $\pm 1\text{cm} = \pm 0.01\text{m}$ ed ottengo il valore $1.74 \pm 0.01\text{ m}$

incertezza assoluta: $\Delta X = 0.01\text{ m}$

incertezza relativa : $\Delta X/X_0 = 0.01/1.74 = 0.0057 = 0.57\%$

Cifre significative e incertezza delle misure

11

Il numero delle **cifre significative** di un valore numerico approssimato ne individua la precisione.

Si ottiene contando le cifre da sinistra verso destra a partire dalla prima cifra significativa diversa da 0.

Esempi	$\underline{25.04}$	ha 4 cifre significative
	$0.00\underline{37}$	ha 2 cifre significative
	$\underline{0.50}$	ha 2 cifre significative
	2700	ambiguo

Per evitare questi tipi di ambiguità è preferibile utilizzare la **notazione scientifica**:

2700	= 2.7×10^3	ha 2 cifre significative
	= 2.70×10^3	ha 3 cifre significative
	= 2.700×10^3	ha 4 cifre significative

Cifre significative e incertezza delle misure

12

$$\text{Misura: } X_0 \pm \Delta X$$

Nelle misure di grandezze fisiche l'incertezza determina il numero di cifre significative:

- l'incertezza di misura ΔX si esprime con una o due cifre significative. In molti casi è sufficiente **una** sola cifra
- nell'esprimere il risultato di una misura come $X_0 \pm \Delta X$ l'ultima cifra del valore X_0 deve essere dello stesso ordine di grandezza dell'ultima cifra significativa dell'incertezza

Esempi

$10.25 \pm 0.02 \text{ m} \rightarrow 10.25(2) \text{ m}$	inc. rel = 0.002 (0.2%)
$10.253 \pm 0.025 \text{ m} \rightarrow 10.253(25) \text{ m}$	inc. rel = 0.0024 (0.24%)
Carica dell'elettrone $e = (1.602176462 \pm 0.000000063) \cdot 10^{-19} \text{ C}$	inc. rel = $3.9 \cdot 10^{-8}$ (0.039 ppm)

Propagazione delle incertezze di misura

Nelle **misure indirette** di grandezze fisiche sia X_0 che ΔX vengono ottenuti con calcoli a partire da valori ed incertezze misurati direttamente

Regole per la propagazione delle incertezze di misura di grandezze derivate a partire da grandezze misurate direttamente (che hanno errori non correlati)

Addizioni e sottrazioni

$f = x(\pm\Delta x) + y(\pm\Delta y)$ oppure $f = x(\pm\Delta x) - y(\pm\Delta y)$

inc. assoluta

$$\Delta f = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \sim |\Delta x| + |\Delta y|$$

Moltiplicazioni e divisioni

$f = x(\pm\Delta x)/y(\pm\Delta y)$ oppure $f = x(\pm\Delta x) \cdot y(\pm\Delta y)$

inc. rel.

$$\Delta f/|f| = \sqrt{(\Delta x/x)^2 + (\Delta y/y)^2} \sim |\Delta x/x| + |\Delta y/y|$$

Propagazione delle incertezze di misura

Quantità misurata x
numero esatto (A)

$f = A \cdot x(\pm\Delta x)$

$$\Delta f = |A| \Delta x$$

ovvero

$$\Delta f/|f| = \Delta x/|x|$$

Misura elevata a potenza n
(con n numero esatto)

$f = x^n$

$$\Delta f/|f| = |n| \cdot \Delta x/|x|$$

Formula generale per la propagazione

Data una qualunque funzione $f = f(x, y, z, \dots)$ si ha:

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \cdot \Delta x + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \cdot \Delta y + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| \cdot \Delta z + \dots$$

Propagazione delle incertezze di misura

Esempio

Determinare l'incertezza sulla molarità di una soluzione di NaOH preparata pesando 6.7568 ± 0.0001 g di soluto e sciogliendolo in un matraccio tarato di volume 50.0 ± 0.1 ml. Ipotizzando che gli unici errori siano dovuti alla risoluzione finita degli strumenti (bilancia analitica e matraccio tarato)

$$M \text{ [mol/L]} = \frac{m_{\text{NaOH}} \text{ [g]} / PM(\text{NaOH}) \text{ [g}\cdot\text{mol}^{-1}]}{V_{\text{matr}} \text{ [L]}}$$

È l'incertezza che influisce maggiormente su ΔM

$$V_{\text{matr}} \text{ [L]} = 0.050 \pm 0.0001 \text{ L} \quad \Delta V/V = 0.0001/0.05 = 0.002$$

$$m_{\text{NaOH}} \text{ [g]} = 3.7568 \pm 0.0001 \text{ g} \quad \Delta m/m = 0.0001/3.7568 = 2.7 \cdot 10^{-5}$$

$$PM_{\text{NaOH}} \text{ [g}\cdot\text{mol}^{-1}] = 39.9971 \pm 0.0005 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1} \\ \Delta PM/PM = 0.0005/39.9971 = 1.3 \cdot 10^{-5}$$

Propagazione delle incertezze di misura

Esempio (cont.)

$$M = 3.7568 / (39.9971 \cdot 0.050) = 1.8785 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$$\Delta M / |M| = \sqrt{(\Delta V/V)^2 + (\Delta m/m)^2 + (\Delta PM/PM)^2} = \sqrt{4 \cdot 10^{-6} + 7.29 \cdot 10^{-10} + 1.69 \cdot 10^{-10}} \\ = \sqrt{4 \cdot 10^{-6}} = 0.002 \quad \text{errore relativo su } M$$

$$\Delta M = 0.002 \cdot M = 0.0038 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1} \quad \text{errore assoluto su } M$$

quindi possiamo dire che

$$M = 1.879 \pm 0.004 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

NB: questo in assenza di errori sistematici

Programmi di elaborazione dati/grafici

17

- OriginLab (software commerciale, ma disponibile nel lab di Fisica)
<http://www.originlab.com/>
- The R project (free software)
<http://www.r-project.org/>
R is a language and environment for statistical computing and graphics
- Excel
non permette di generare funzioni di fit di dati sperimentali