

Fisica 2 per biotecnologie: Prova in itinere 14 Aprile 2014

Scrivere immediatamente, **ED IN EVIDENZA**, sui due fogli protocollo consegnati (ed eventuali altri fogli richiesti) la seguente tabella:

NOME : Numero lettere del nome $NN = \dots\dots\dots$

COGNOME : Numero lettere del Cognome $NC = \dots\dots\dots$

NUMERO DI MATRICOLA : = NM

[esempio: Mario ($NN = 5$) Careri ($NC = 6$) matricola 123456 ($NM = 123456$)]

per superare la prova è necessario accumulare almeno 18 punti

(tempo a disposizione 1 ora e 45, da precisare dopo la presentazione del testo)

nb: prima di sostituirvi i valori numerici, scrivere (coerentemente con il testo del problema) le formule utilizzate e giustificarle brevemente. Laddove necessario o richiesto, illustrare con semplici figure il procedimento usato.

NON si devono usare LIBRI O APPUNTI.

Tenere a disposizione sul banco un documento di identità .

1.) L'atomo di idrogeno è formato da uno stato legato di un protone ed un elettrone posti ad una distanza costante $a_0 \approx 0.53 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0.53 \text{ \AA}$. Determinare:

i) la forza (in Newton) che si esercita sull'elettrone in virtù delle cariche elettriche del protone e dell'elettrone. Quanta la forza esercitata sul protone? (**punti 1**)

ii) Che valore di campo elettrico sollecita l'elettrone? a che potenziale elettrico è sottoposto? (**punti 2+2**)

iii) dovendo l'elettrone percorrere un'orbita circolare con raggio di valore a_0 , quante deve valere la sua velocità? (**punti 3**)

totale (**punti 8**)

2.) Un circuito è formato da una batteria che eroga una differenza di potenziale V_0 e da due resistenze in serie $R_1 = NN \cdot 10^2 \text{ Ohm}$ ed $R_2 = NC \cdot 10^3 \text{ Ohm}$.

i) Quanto vale il rapporto numerico i_1/i_2 tra le correnti i_1 ed i_2 circolanti in R_1 ed R_2 ? ed il rapporto V_1/V_2 delle tensioni ai capi di R_1 ed R_2 ? (**punti 2**)

In parallelo alla resistenza R_2 è collegato un circuito formato da una capacità $C = NN \cdot 10^2 \text{ nF}$ ed una resistenza (in serie al condensatore) di $R = NC \cdot 10^3 \text{ Ohm}$.

Il circuito viene collegato tramite un interruttore "T" (vedi figura alla lavagna).

Sapendo che $V_0 = 9 \text{ Volt}$, discutere:

ii) il valore iniziale della corrente che circola in R immediatamente dopo la chiusura dell'interruttore; (**punti 3**)

iii) il valore finale della tensione ai capi del condensatore quando questo risulta completamente carico; quanto vale il campo elettrico al suo interno se la distanza tra le piastre vale 0.1 mm ed il materiale interposto ha costante dielettrica relativa $\epsilon_r = 4.5$; **(punti 4)**

iv) La potenza erogata dalla batteria una volta caricato il condensatore. **(punti 2)**
totale **(punti 11)**

3.) Un filo elettrico rettilineo e molto lungo è percorso da una corrente $i = 1$ Ampere. A distanza $d = NC/10$ cm è collocata una piccola bussola il cui aghetto è in grado di ruotare intorno al suo punto centrale, ma non di spostarsi.

i) Sapendo che l'aghetto si allineerà lungo la direzione ed il verso del campo magnetico discutere il suo orientamento (fare una figura illustrativa); **(punti 2)**

ii) Se un filo rettilineo ed ugualmente lungo, viene accostato al precedente e posto ad esso parallelo e alla distanza $D = 0.5 \cdot d$, discutere la forza che viene esercitata in un tratto di $\Delta l = 0.8$ cm di detto filo nei due seguenti casi: a) la corrente che lo percorre vale $i_0 = 2$ A ed è **concorde** con la corrente "i"; b) la corrente che lo percorre vale $i_0 = 1$ A, ed è diretta nel verso **opposto** alla precedente; **(punti 3+3)**

iii) quanto vale il campo magnetico totale nei punti a distanza $D/2$ e dovuto ad entrambi i fili, nei due casi a) e b) ? **(punti 2+2)**

totale **(punti 12)**.

4.) Tra le armature di un largo condensatore a facce piane e parallele viene fatto passare un fascetto di elettroni con velocità parallela alle piastre. La traiettoria di questi elettroni non viene disturbata dalla presenza del campo elettrico del condensatore perché compensata dalla presenza di un campo magnetico uniforme, ortogonale al campo elettrico ed opportunamente allineato.

i) sapendo che la velocità degli elettroni è di $v_e = 2 \cdot NN \cdot 10^5$ m/sec, e che il condensatore è sottoposto ad una tensione di 1000 Volt, mentre la distanza tra le piastre vale 10 cm, identificare il valore del campo magnetico, la sua direzione ed il suo verso. **(punti 4)**

totale generale **(punti 8+11+12+4 = 35)**.

Valori utili:

- valore della carica elementare $q_e = 1.602 \times 10^{-19}$ Coulomb;
- $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = k_e \approx (2.998)^2 \times 10^9$ Newton \cdot m² / Coulomb² ;
- $\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}$ Tesla \cdot m/Ampere;
- massa dell'elettrone $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ Kg;

Fisica 2 per biotecnologie
Prova in itinere: 14 Aprile 2014
Soluzione Testo unico

[soluzioni numeriche per i valori dell'esempio:

Mario (NN = 5) Careri (NC = 6) matricola 12345 (NM = 12345)]

1.) L'atomo di idrogeno è formato da uno stato legato di un protone ed un elettrone posti ad una distanza costante $a_0 \approx 0.53 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0.53 \text{ \AA}$. Determinare:

i) la forza (in Newton) che si esercita sull'elettrone in virtù delle cariche elettriche del protone e dell'elettrone. Quanta la forza esercitata sul protone? **(punti 1)**

La forza che si esercita è la forza di Coulomb e (in modulo) vale:

$$|\mathbf{F}_e| = k_e \frac{q_e \cdot q_e}{a_0^2} \approx 8.2 \cdot 10^{-8} \text{ Newton}.$$

Sul protone si esercita una forza identica (ed opposta in verso). Le due forze producono reciproca attrazione.

ii) Che valore di campo elettrico sollecita l'elettrone? a che potenziale elettrico è sottoposto? **(punti 2+2)**

Il campo elettrico vale (in modulo)

$$|\mathbf{E}| = \frac{|\mathbf{F}_e|}{q_e} \approx 0.5 \cdot 10^{12} \text{ Volt/m};$$

il potenziale

$$V(a_0) = k_e \frac{q_e}{a_0} \approx 27.2 \text{ Volt}.$$

iii) dovendo l'elettrone percorrere un'orbita circolare con raggio di valore a_0 , quante deve valere la sua velocità? **(punti 3)**

La velocità dell'elettrone è quella che necessita di una forza centripeta $|\mathbf{F}_c| = \frac{m_e v_e^2}{a_0}$ come prodotta dalla forza Coulombiana F_e , ovvero

$$k_e \frac{q_e \cdot q_e}{a_0^2} = \frac{m_e v_e^2}{a_0},$$

da cui

$$v_e = \sqrt{\frac{k_e q_e^2}{a_0 m_e}} \approx 2.2 \cdot 10^6 \text{ m/sec}.$$

totale **(punti 8)**

2.) Un circuito è formato da una batteria che eroga una differenza di potenziale V_0 e da due resistenze in serie $R_1 = NN \cdot 10^2 \text{ Ohm}$ ed $R_2 = NC \cdot 10^3 \text{ Ohm}$.

i) Quanto vale il rapporto numerico i_1/i_2 tra le correnti i_1 ed i_2 circolanti in R_1 ed R_2 ? ed il rapporto V_1/V_2 delle tensioni ai capi di R_1 ed R_2 ? **(punti 2)**

Essendo le due resistenze in serie, $i_1 = i_2 = i$ ed $i_1/i_2 = 1$! Inoltre, per la legge di Ohm,

$$V_1 = R_1 \cdot i, \quad V_2 = R_2 \cdot i, \quad \text{quindi} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{NN}{NC} \cdot 10^{-1} \approx 0.083.$$

In parallelo alla resistenza R_2 è collegato un circuito formato da una capacità $C = NN \cdot 10^2 \text{ nF}$ ed una resistenza (in serie al condensatore) di $R = NC \cdot 10^3 \text{ Ohm}$.

Il circuito viene collegato tramite un interruttore "T" (vedi figura alla lavagna).

Sapendo che $V_0 = 9 \text{ Volt}$, discutere:

ii) il valore iniziale della corrente che circola in R immediatamente dopo la chiusura dell'interruttore; **(punti 3)**

Immediatamente dopo la chiusura dell'interruttore ($t = 0$), il condensatore è ancora scarico e la resistenza R risulta in parallelo alla resistenza R_2 . La corrente che attraversa R vale dunque (per la legge di Ohm) la tensione ai suoi capi all'istante $t = 0$ ($V_R(0)$) divisa la resistenza R , cioè

$$i_R(0) = \frac{V_R(0)}{R}.$$

$V_R(0)$ è determinato da $V_0 - R_1 \cdot i(0)$, ovvero la tensione della batteria diminuita della caduta di potenziale su R_1 , mentre $i(0)$ è la corrente totale erogata dalla batteria immediatamente dopo la chiusura del circuito. Quindi (essendo R_2 ed R in parallelo all'istante $t = 0$):

$$i(0) = \frac{V_0}{R_1 + \frac{R_2 R}{R_2 + R}} \approx 0.0026 \text{ A},$$

e

$$V_R(0) = V_0 - R_1 \cdot i(0) \approx 7.71 \text{ Volt},$$

$$i_R(0) = \frac{V_R(0)}{R} \approx 0.0013 \text{ A}.$$

iii) il valore finale della tensione ai capi del condensatore quando questo risulta completamente carico; quanto vale il campo elettrico al suo interno se la distanza tra le piastre vale 0.1 mm ed il materiale interposto ha costante dielettrica relativa $\epsilon_r = 4.5$; **(punti 4)**

Il valore della tensione finale sul condensatore è determinata dalla resistenza R_2 , visto che non circola corrente nel ramo del condensatore quando questa è carico.

$$V_C^{finale} = R_2 \cdot i^{finale} = R_2 \cdot \frac{V_0}{R_1 + R_2} \approx 8.31 \text{ Volt}.$$

iv) La potenza erogata dalla batteria una volta caricato il condensatore. (punti 2)

$$Potenza = V_0 \cdot i^{finale} \approx 0.0125 \text{ Watt}.$$

totale (punti 11)

3.) Un filo elettrico rettilineo e molto lungo è percorso da una corrente $i = 1$ Ampere. A distanza $d = NC/10$ cm è collocata una piccola bussola il cui aghetto è in grado di ruotare intorno al suo punto centrale, ma non di spostarsi.

i) Sapendo che l'aghetto si allineerà lungo la direzione ed il verso del campo magnetico discutere il suo orientamento (fare una figura illustrativa); (punti 2)

Il campo magnetico circolerà intorno al filo seguendo la regola della mano destra. Quindi disegnando il filo diretto in verticale sul foglio, e orientando la corrente verso l'alto del foglio, il campo magnetico sarà entrante (crocetta) a destra del filo e uscente (puntino) a sinistra del filo.

ii) Se un filo rettilineo ed ugualmente lungo, viene accostato al precedente e posto ad esso parallelo e alla distanza $D = 0.5 \cdot d$, discutere la forza che viene esercitata in un tratto di $\Delta l = 0.8$ cm di detto filo nei due seguenti casi: a) la corrente che lo percorre vale $i_0 = 2$ A ed è **concorde** con la corrente "i"; b) la corrente che lo percorre vale $i_0 = 1$ A, ed è diretta nel verso **opposto** alla precedente; (punti 3+3)

Il valore assoluto del vettore campo magnetico \mathbf{B} , prodotto da i a distanza D dal filo, vale

$$|\mathbf{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2i}{D} \approx 10^{-7} \frac{\text{Tesla} \cdot \text{m}}{\text{Ampere}} \cdot \frac{2 \text{ Ampere}}{\dots \text{m}} \approx 6.67 \cdot 10^{-5} \text{ Tesla},$$

e la forza sul filo percorso da i_0 vale (in modulo)

$$|\Delta \mathbf{F}| = i_0 |\mathbf{B}| \Delta l \approx 1.07 \cdot 10^{-6} \text{ Newton} \quad \text{nel caso a)}.$$

Essa risulta attrattiva se i versi delle correnti sono concordi (caso a)) e repulsiva se discordi (caso b)). In questo ultimo caso anche i_0 è ridotta di un fattore due, e la forza dimezzata

$$|\Delta \mathbf{F}| = i_0 |\mathbf{B}| \Delta l \approx 5.33 \cdot 10^{-7} \text{ Newton} \quad \text{nel caso b)}.$$

iii) quanto vale il campo magnetico totale nei punti a distanza $D/2$ e dovuto ad entrambi i fili, nei due casi a) e b) ? (punti 2+2)

Il campo magnetico totale nei punti di mezzo tra i due fili è la somma vettoriale dei campi prodotti dai due fili. Essi sono opposti in verso per correnti concordi e nello stesso verso per correnti discordi. Nel caso a) dunque il campo totale è la differenza dei due campi

$$|\mathbf{B}_{\text{totale}}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{2i}{D/2} - \frac{2i_0}{D/2} \right] \approx -1.3 \cdot 10^{-4} \text{ Tesla},$$

mentre nel caso b) vale

$$|\mathbf{B}_{\text{totale}}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{2i}{D/2} + \frac{2i_0}{D/2} \right] \approx 2.7 \cdot 10^{-4} \text{ Tesla},$$

totale (punti 12).

- 4.) Tra le armature di un largo condensatore a facce piane e parallele viene fatto passare un fascetto di elettroni con velocità parallela alle piastre. La traiettoria di questi elettroni non viene disturbata dalla presenza del campo elettrico del condensatore perché compensata dalla presenza di un campo magnetico uniforme, ortogonale al campo elettrico ed opportunamente allineato.

i) sapendo che la velocità degli elettroni è di $v_e = 2 \cdot 10^6 \text{ m/sec}$, e che il condensatore è sottoposto ad una tensione di 1000 Volt, mentre la distanza tra le piastre vale 10 cm, identificare il valore del campo magnetico, la sua direzione ed il suo verso. (punti 4)

Il rapporto tra i moduli del campo elettrico e quello magnetico è immediato uguagliando le forze sull'elettrone

$$q_e |\mathbf{E}| = q_e |\mathbf{v}_e| |\mathbf{B}|,$$

ovvero

$$\frac{|\mathbf{E}|}{|\mathbf{B}|} = |\mathbf{v}_e| = 10^6 \text{ m/sec},$$

i versi devono essere opportunamente disegnati sul foglio ricordando che i vettori devono essere tali che

$$q_e \mathbf{E} + q_e \mathbf{v}_e \times \mathbf{B} = 0.$$

Essendo, poi,

$$|\mathbf{E}| = \frac{1000 \text{ Volt}}{10 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 10^4 \text{ Volt/m},$$

risulta

$$|\mathbf{B}| = 10^{-2} \text{ Tesla}.$$

totale generale (punti 8+11+12+4 = 35).