

Fisica 2 per biotecnologie: Prova in itinere 26 Maggio 2014

Scrivere immediatamente, **ED IN EVIDENZA**, sui due fogli protocollo consegnati (ed eventuali altri fogli richiesti) la seguente tabella:

NOME : Numero lettere del nome $NN = \dots\dots\dots$

COGNOME : Numero lettere del Cognome $NC = \dots\dots\dots$

NUMERO DI MATRICOLA : = NM

[esempio: Mario ($NN = 5$) Careri ($NC = 6$) matricola 123456 ($NM = 123456$)]

per superare la prova è necessario accumulare almeno 18 punti

(tempo a disposizione 2 ore circa, da precisare dopo la presentazione del testo)

nb: prima di sostituirvi i valori numerici, scrivere (coerentemente con il testo del problema) le formule utilizzate e giustificarle brevemente. Laddove necessario o richiesto, illustrare con semplici figure il procedimento usato.

È utilizzabile il libro di testo.

Tenere a disposizione sul banco un documento di identità .

QUESTO TESTO NON VA RICONSEGNA TO

- 1.) Una spira quadrata di lato $L = NN$ cm viene fatta ruotare all'interno di una zona dove è presente un campo magnetico uniforme e costante nel tempo $\mathbf{B} = \hat{z}0.1 \cdot NC$ Tesla. La spira ruota (attorno al suo asse principale parallelo all'asse \hat{y} , a 300 giri al secondo e la condizione iniziale di partenza vede la sua superficie parallela al piano xy (fare un disegno indicando la condizione iniziale della spira, gli assi coordinati ed il verso di rotazione (da scegliere)).

La forza elettromotrice generata dalla spira agisce su di una lampadina che offre una resistenza $R = NC$ Ohm. Disegnare (in funzione del tempo) la forza elettromotrice e la corrente. (**punti 5**).

Quanto vale la potenza elettrica (media) dissipata dalla lampadina? (**punti 3**).

bonus: Se si smettesse di costringere la spira a girare con velocità angolare costante, questa smetterebbe di girare? perché? Quali forze la frenerebbero? (non si invocino attriti meccanici, perché questi sono stati ridotti al minimo...). Si possono calcolare? (**punti 6...e più...**).

- - (totale **punti** esercizio = 8 + 6... (bonus))

- 2.) Un'onda elettromagnetica piana monocromatica è formata da un campo magnetico

$$\mathbf{B}(x, t) = \hat{y}B_0 \cos\left(0.0020 \text{ \AA}^{-1} \cdot x - \omega_0 t\right) \quad \text{con } B_0 = \frac{NN}{5} \cdot 10^{-7} \text{ Tesla} . \quad (1)$$

L'onda si propaga nell'aria rarefatta dell'alta quota e possiamo assumere di caratterizzarla con i parametri del vuoto (l'errore che si fa trascurando l'indice di rifrazione dell'aria risulta molto piccolo). Quanto vale la sua lunghezza d'onda λ_0 ? la sua frequenza f_0 ? e la sua pulsazione ω_0 ? (indicare bene le unità di misura di tutte le quantità) (**punti 3**). Come si scrive il corrispondente campo elettrico? quanto vale il suo valore massimo? in che direzione è diretto se l'onda deve propagarsi nel verso positivo dell'asse \hat{x} come indicato dall'equazione (1). (**punti 5**).

Questa radiazione incide su di un piccolo foglio di metallo di superficie $S_{up} = \frac{NN}{3}$ cm². Quanti elettroni al secondo vengono estratti per effetto fotoelettrico assumendo un'efficienza del 100% (cioè ogni fotone incidente estrae un elettrone...). Che valore massimo della corrente segnalerebbe un amperometro inserito nel circuito (fare un disegno). (**punti 8**).

Sapendo che il lavoro di estrazione del metallo vale $W_0 = 2.2$ eV, determinare il potenziale di arresto da dover applicare al metallo per arrestare il flusso della corrente di elettroni estratti (si assume che l'elettrodo sia inserito in un ampolla a vuoto...).(punti 3)
 - - (totale **punti** esercizio = 19)

3.) Una radiazione analoga alla precedente, ma il cui campo magnetico vale ora

$$\mathbf{B}(x, t) = \hat{y}B_0 \cos\left(0.0011 \text{ \AA}^{-1} \cdot x - \omega_0 t\right) \quad \text{con } B_0 = NC \cdot 10^{-6} \text{ Tesla.} \quad (2)$$

viene fatta incidere su di un reticolo di diffrazione con 600 fenditure per millimetro (come quello usato in laboratorio). Indicare la posizione del massimo principale ($n = 1$) e quello del secondo ordine ($n = 2$), prodotti dallo spettro-fotometro su di uno schermo posto a $D = NN/2$ metri dal reticolo. Corredare con un disegno. (**punti 4**).

- - (totale **punti** esercizio = 4)

4.) Quanto vale il raggio dell'orbita di Bohr per l'atomo di idrogeno, caratterizzata dal numero quantico principale $n = 4$? (**punti 2**); ed il valore del momento angolare dell'elettrone nella stessa orbita? (**punti 2**).

- - (totale **punti** esercizio = 4)

- - - (totale **punti** della prova = 35 + bonus...)

Fisica 2 per biotecnologie
Prova in itinere: 26 Maggio 2014
Soluzione Testo unico

[soluzioni numeriche per i valori dell'esempio:

Mario (NN = 5) Careri (NC = 6) matricola 123456 (NM = 123456)]

- 1.) Una spira quadrata di lato $L = NN$ cm viene fatta ruotare all'interno di una zona dove è presente un campo magnetico uniforme e costante nel tempo $\mathbf{B} = \hat{z} 0.1 \cdot NC$ Tesla. La spira ruota (attorno al suo asse principale parallelo all'asse \hat{y} , a 300 giri al secondo e la condizione iniziale di partenza vede la sua superficie parallela al piano xy (fare un disegno indicando la condizione iniziale della spira, gli assi coordinati ed il verso di rotazione (da scegliere)).

La forza elettromotrice generata dalla spira agisce su di una lampadina che offre una resistenza $R = NC$ Ohm. Disegnare (in funzione del tempo) la forza elettromotrice e la corrente. (punti 5).

Il flusso di campo magnetico concatenato con la spira vale

$$\Phi(B) = B_0 L^2 \cos(\omega t) = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ Tesla} \cdot \text{m}^2 \cdot \cos(\omega t)$$

e varia in maniera armonica in virtù della rotazione uniforme. $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 300 / \text{sec} \approx 1.885 \cdot 10^3$ radianti / sec. La forza elettromotrice ¹

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = \omega B_0 L^2 \sin(\omega t) \approx 2.83 \text{ Volt} \cdot \sin(\omega t) .$$

in figura (1) l'andamento di $\mathcal{E}(t)$ ed $i(t) = \mathcal{E}(t)/R = i_0 \sin(\omega t) \approx 0.47$ Ampere $\cdot \sin(\omega t)$.

Quanto vale la potenza elettrica (media) dissipata dalla lampadina? (punti 3).

La potenza dissipata

$$P_{\text{media}} = \langle R \cdot i(t)^2 \rangle = \langle \mathcal{E}(t) \cdot i(t) \rangle \approx 2.83 \cdot 0.47 \langle \sin^2(\omega t) \rangle = 2.83 \cdot 0.47 / 2 \approx 0.67 \text{ Watt} .$$

bonus: Se si smettesse di costringere la spira a girare con velocità angolare costante, questa smetterebbe di girare? perché? Quali forze la frenerebbero? (non si invocino attriti meccanici, perché questi sono stati ridotti al minimo...). Si possono calcolare? (punti 6...e più...).

Per poter dissipare potenza deve scorrere una corrente nella spira, ma questa corrente interagisce con il campo magnetico che induce la f.e.m. e sulla spira si esercita una forza che si oppone al moto (l'esempio 21.8 del Giancoli è qualitativamente simile...).

¹Si noti che la condizione iniziale (spira parallela al piano xy), rende massimo il flusso a $t = 0$, come espresso dalla funzione $\cos(\omega t)$ che a $t = 0$ è massima.

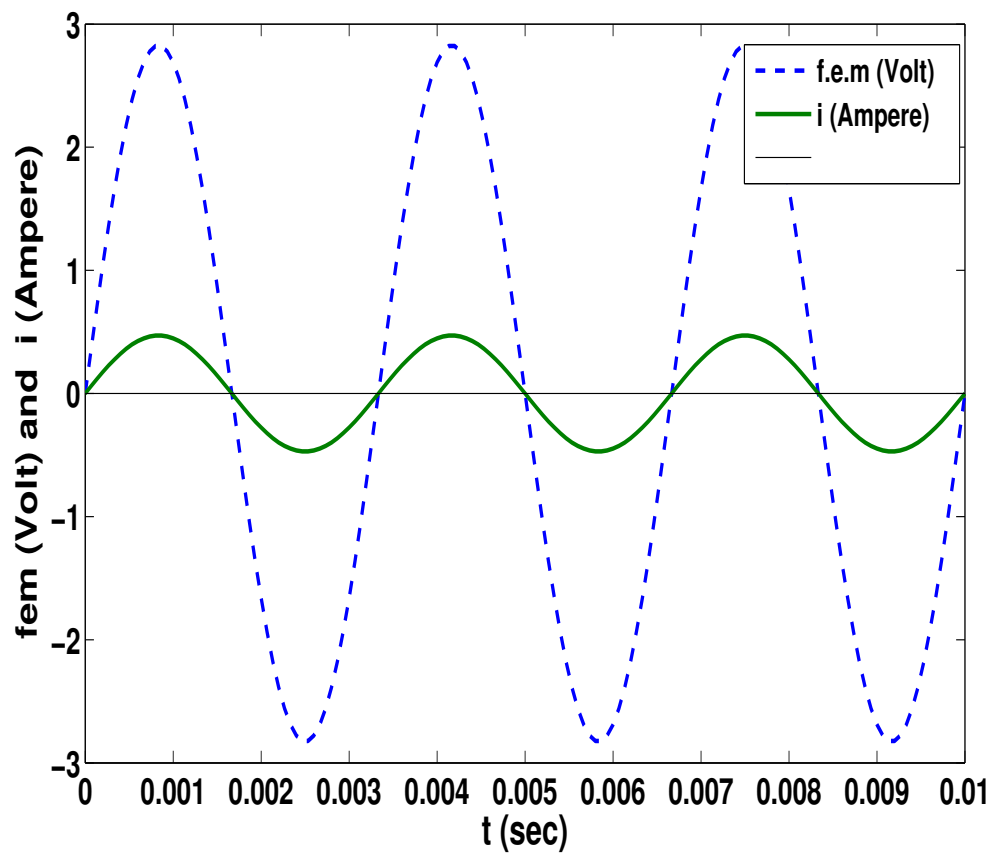


Figure 1: Corrente e forza elettromotrice in funzione del tempo.

La forza agisce solo sui due lati paralleli al piano xy ed è ortogonale al campo \mathbf{B} ed alla corrente. Il suo modulo varia in funzione del tempo (da $\Delta \mathbf{F} = i \Delta \mathbf{l} \times \mathbf{B}$)

$$|\mathbf{F}| = i L B_0 \cos(\omega t),$$

ed il lavoro per unità di tempo che compie, vale

$$\frac{dL}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = i_0 \omega L^2 B_0 \cos^2(\omega t),$$

il cui valore medio è

$$\left\langle \frac{dL}{dt} \right\rangle = i_0 \omega L^2 B_0 \langle \cos^2(\omega t) \rangle = i_0 \omega L^2 B_0 / 2 \approx 0.67 \text{ Watt}.$$

Quindi, in media, la potenza dissipata nella lampadina! insomma se non viene fornita questa potenza, la potenza elettrica non viene prodotta... e non può essere sfruttata, come era da aspettarsi. A tutto ciò vanno aggiunti gli effetti di attrito meccanico, inevitabili.

- - (totale **punti** esercizio = 8 + 6... (bonus))

2.) Un'onda elettromagnetica piana monocromatica è formata da un campo magnetico

$$\mathbf{B}(x, t) = \hat{y} B_0 \cos(0.0020 \text{ \AA}^{-1} \cdot x - \omega_0 t) \quad \text{con } B_0 = \frac{\text{NN}}{5} \cdot 10^{-7} \text{ Tesla}. \quad (3)$$

L'onda si propaga nell'aria rarefatta dell'alta quota e possiamo assumere di caratterizzarla con i parametri del vuoto (l'errore che si fa trascurando l'indice di rifrazione dell'aria risulta molto piccolo). Quanto vale la sua lunghezza d'onda λ_0 ? la sua frequenza f_0 ? e la sua pulsazione ω_0 ? (indicare bene le unità di misura di tutte le quantità) (**punti** 3).

La lunghezza d'onda è legata al numero d'onda k che è a fattore con la x (kx !) nell'argomento del $\cos(\dots) = \cos(kx - \omega t)$, dunque

$$k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

da cui

$$\lambda_0 = \frac{2\pi}{k} \approx 3142 \text{ \AA},$$

ovvero $f_0 = c/\lambda_0 \approx 9.54 \cdot 10^{14}$ Hertz e $\omega_0 = 2\pi f_0 \approx 6.0 \cdot 10^{15}$ rad/sec.

Come si scrive il corrispondente campo elettrico? quanto vale il suo valore massimo E_0 ? in che direzione è diretto se l'onda deve propagarsi nel verso positivo dell'asse \hat{x} come indicato dall'equazione (3). (**punti** 5).

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(0.0020 \text{ \AA}^{-1} \cdot x - \omega_0 t) \quad \text{con } E_0 = B_0 \cdot c \approx 30 \text{ Volt/m}.$$

Essendo il campo magnetico in direzione \hat{y} e dovendo l'onda propagarsi in direzione \hat{x} , il campo elettrico deve essere diretto lungo $-\hat{z}$, ovvero $\mathbf{E}_0 = -\hat{z} E_0$, infatti il vettore $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ deve essere orientato lungo la direzione (e verso) di propagazione.

Questa radiazione incide su di un piccolo foglio di metallo di superficie $Sup = \frac{NC}{3} \text{ cm}^2$. Quanti elettroni al secondo vengono estratti per effetto fotoelettrico assumendo un'efficienza del 100% (cioè ogni fotone incidente estrae un elettrone...). Che valore massimo della corrente segnalerebbe un amperometro inserito nel circuito (fare un disegno). (punti 8).

Il numero (medio) di fotoni incidenti dipende dall'intensità (media) incidente sull'elettrodo, ovvero:

$$I = \frac{\epsilon_0}{2} c E_0^2 \approx 1.19 \text{ Watt/m}^2 .$$

Ogni fotone ha energia

$$E_\gamma = hf_0 \approx 6.32 \cdot 10^{-19} \text{ Joule} \approx 3.95 \text{ (eV)} ,$$

quindi il numero di fotoni incidenti al secondo per metro quadro, risulta

$$N_f = \frac{I}{E_\gamma} \approx 1.89 \cdot 10^{18} \text{ m}^{-2} \text{ sec}^{-1} ,$$

ed il numero di fotoni incidenti sull'elettrodo al secondo

$$NSup_f = N_f \cdot Sup \approx 3.77 \cdot 10^{14} \text{ sec}^{-1} .$$

Questo numero di fotoni incidenti sull'elettrodo al secondo, estraggono un pari numero di elettroni al secondo (efficienza 10% !), ($N_e = NSup_f$) e questi producono una corrente

$$i_{ext} = q_e \cdot N_e \approx 6 \cdot 10^{-5} \text{ Coulomb/sec (o Ampere)} .$$

Sapendo che il lavoro di estrazione del metallo vale $W_0 = 2.2 \text{ eV}$, determinare il potenziale di arresto da dover applicare al metallo per arrestare il flusso della corrente di elettroni estratti (si assume che l'elettrodo sia inserito in un ampolla a vuoto...).(punti 3)

Il lavoro da fare sugli elettroni per arrestarli ($q_e V_A$) è pari all'energia cinetica che essi hanno acquistato:

$$q_e V_a = E_{cin} = hf_0 - W_0 \approx 1.75 \text{ eV} ,$$

ovvero $V_a \approx 1.75 \text{ Volt}$.

-- (totale **punti** esercizio = 19)

3.) Una radiazione analoga alla precedente, ma il cui campo magnetico vale ora

$$\mathbf{B}(x, t) = \hat{y} B_0 \cos \left(0.0011 \text{ \AA}^{-1} \cdot x - \omega_0 t \right) \quad \text{con } B_0 = NC \cdot 10^{-6} \text{ Tesla} . \quad (4)$$

viene fatta incidere su di un reticolo di diffrazione con 600 fenditure per millimetro (come quello usato in laboratorio). Indicare la posizione del massimo principale ($n = 1$) e quello del secondo ordine ($n = 2$), prodotti dallo spettro-fotometro su di uno schermo posto a $D = NN/2$ metri dal reticolo. Corredare con un disegno. (**punti 4**).

La lunghezza d'onda λ della radiazione incidente vale ora

$$\lambda = \frac{2\pi}{0.0011} \approx 5712 \text{ \AA}.$$

L'angolo θ a cui vengono a trovarsi i massimi di intensità sullo schermo sono determinati dalla relazione

$$d \sin \theta = n \lambda,$$

dove $d = 1/600 \approx 1.667 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 1.667 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, mentre la posizione sullo schermo vale

$$x_n = D \tan \theta.$$

ovvero

$$x_1 \approx 0.91 \text{ m},$$

$$x_2 \approx 2.35 \text{ m}.$$

- - (totale **punti** esercizio = 4)

- 4.) Quanto vale il raggio dell'orbita di Bohr per l'atomo di idrogeno, caratterizzata dal numero quantico principale $n = 4$? (**punti 2**); ed il valore del momento angolare dell'elettrone nella stessa orbita? (**punti 2**).

L'energia degli stati dell'elettrone classica dipende dall'inverso del raggio, quella quantistica dal numero quantico n :

$$E_n = -\frac{k_e q_e^2}{2r_n} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

da cui

$$r_n = n^2 \frac{k_e q_e^2}{2E_1} \approx n^2 \frac{14.4 \text{ eV} \cdot \text{\AA}}{2 \cdot 13.6 \text{ eV}} n^2 \cdot 0.53 \text{ \AA} \approx 8.47 \text{ \AA} \quad \text{per } n = 4.$$

Il momento angolare è quantizzato:

$$|\mathbf{L}_n| = n\hbar = n \frac{h}{2\pi} \approx 4.22 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{sec} \approx 2.63 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{sec}.$$

- - (totale **punti** esercizio = 4)

- - - - (totale **punti** della prova = 35 + bonus...)