

Fisica 2 per biotecnologie: Prova scritta 9 Settembre 2014

Scrivere immediatamente, ED IN EVIDENZA, sui due fogli protocollo consegnati (ed eventuali altri fogli richiesti) la seguente tabella:

NOME : Numero lettere del nome $NN = \dots\dots\dots$

COGNOME : Numero lettere del Cognome $NC = \dots\dots\dots$

NUMERO DI MATRICOLA : = NM

[esempio: Mario ($NN = 5$) Careri ($NC = 6$) matricola 123456 ($NM = 123456$)]

(tempo a disposizione 2 ore circa, da precisare dopo la presentazione del testo)

- prima di sostituirvi i valori numerici, scrivere (coerentemente con il testo del problema) le formule utilizzate e giustificarle brevemente. Laddove necessario o richiesto, illustrare con semplici figure il procedimento usato.

- È utilizzabile il libro di testo, anche per conoscere quantità necessarie per la risoluzione dei problemi. - Tenere a disposizione sul banco un documento di identità .

per superare la prova è necessario accumulare almeno 18 punti

QUESTO FOGLIO NON VA RICONSEGNA TO

- 1.) Un elettrone ed un protone sono posti a distanza $R_0 = NN$ millimetri e trattenuti a riposo a quella distanza.

Successivamente vengono avvicinati alla distanza $r_0 = 0.53 \text{ \AA}$ (pari $0.53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$) e nuovamente tenuti a riposo a quella distanza.

Calcolare l'energia potenziale elettrostatica del sistema elettrone - protone nei due casi: quando essi sono a distanza R_0 , quando distano r_0 (esprimere i risultati in Joule ed in eV). Quale risulta maggiore? Perché ? Essendo l'energia potenziale definita a meno di una costante, che senso hanno i numeri trovati? **(punti 4)**

Avendo in mente un modello "planetario" per l'atomo di idrogeno, si può supporre che l'elettrone ruoti intorno al protone percorrendo un'orbita circolare di raggio esattamente uguale ad r_0 . Quanto vale l'energia potenziale dell'elettrone in questa orbita? e l'energia cinetica? La somma algebrica delle due quanto vale? che senso fisico assume il valore della somma? **(punti 4)**

- - (totale **punti** esercizio = 8)

- 2.) Una spira quadrata di lato $l = NC/2$ cm, è collocata tra le espansione di un magnete in modo tale che il flusso del campo magnetico (uniforme) \mathbf{B}_0 , prodotto dal magnete e concatenato con la spira, sia massimo. In queste condizioni quanto vale la corrente che circola nella spira se questa ha una resistenza totale $R = NN \Omega$? (disegnare la situazione e commentare). **(punti 2)**

Ad un certo istante, in cui faremo partire il cronometro, quindi diciamo $t = 0$, il campo magnetico viene spento ed il suo valore assoluto decresce da $B_0 = |\mathbf{B}_0| = NC/10$ Tesla a zero in $t_0 = 1$ secondo, seguendo la legge $B(t) = B_0 \cdot [1 - t/t_0]$, rimanendo poi a

zero per tempi oltre t_0 . (fare un grafico di $B(t)$ in funzione del tempo nell'intervallo $0 \leq t \leq 3$ sec).

Calcolare quindi anche la corrente nella spira in funzione del tempo nell'intervallo di tempo $0 \leq t \leq t_0$. Per $t > t_0$ su che valore si assesta la corrente? Fare un grafico anche del valore della corrente in funzione del tempo nell'intervallo di tempo $0 \leq t \leq 3$ sec.

(**punti 6**)

- - (totale **punti** esercizio = 8)

- 3.) Un'onda elettromagnetica piana monocromatica è descritta dai campi elettrico (**E**) e magnetico (**B**) come di seguito indicati:

$$\mathbf{E}(y, t) = \hat{z} E_0 \cos(ky - \omega t), \text{ diretto lungo la direzione } z, \quad (1)$$

$$\mathbf{B}(y, t) = \hat{x} B_0 \cos(ky - \omega t), \text{ diretto lungo la direzione } x, \quad (2)$$

e rappresenta una radiazione di lunghezza d'onda $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ che si propaga nel vuoto. In che direzione? Quanto vale k ? quanto ω ? (**punti 6**)

Se l'intensità (media) dell'onda vale 5 mWatt/m^2 , quanto valgono E_0 ? e B_0 ?

(**punti 3**)

In una descrizione a fotoni, quanti fotoni al secondo attraversano una superficie di 1 m^2 perpendicolare alla direzione di propagazione? (**punti 3**)

- - (totale **punti** esercizio = 12)

- 4.) I fotoni emessi dalla transizione tra il secondo stato eccitato ($n = 3$) ed il primo ($n = 2$) dell'atomo di idrogeno, come descritti dal modello di Bohr, vengono utilizzati per estrarre elettroni da un metallo. Quanto deve valere il lavoro di estrazione del materiale perché i fotoni siano in grado di estrarre elettroni? (**punti 2**)

Quale il numero (minimo) di fotoni al secondo che devono incidere per produrre una corrente di $NC/100 \mu$ Ampere se il materiale risulta emettere elettroni? (**punti 4**)

- - (totale **punti** esercizio = 6)

- - - - (totale **punti** = 34)

Fisica 2 per biotecnologie
Prova scritta: 05 Settembre 2014
Soluzione Testo unico

[soluzioni numeriche per i valori dell'esempio:

Mario (NN = 5) Careri (NC = 6) matricola 123456 (NM = 123456)]

- 1.) Un elettrone ed un protone sono posti a distanza $R_0 = NN$ millimetri e trattenuti a riposo a quella distanza.

Successivamente vengono avvicinati alla distanza $r_0 = 0.53 \text{ \AA}$ (pari $0.53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$) e nuovamente tenuti a riposo a quella distanza.

Calcolare l'energia potenziale elettrostatica del sistema elettrone - protone nei due casi: quando essi sono a distanza R_0 , quando distano r_0 (esprimere i risultati in Joule ed in eV). Quale risulta maggiore? Perché? Essendo l'energia potenziale definita a meno di una costante, che senso hanno i numeri trovati? (punti 4)

$$\begin{aligned} E_{R_0} &= k_e \frac{q_e \cdot q_p}{R_0} = \\ &\approx (2.998)^2 \cdot 10^9 \frac{\text{Newton m}^2}{\text{Coulomb}^2} \frac{(-1.602 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb}) \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb}}{NN \cdot 10^{-3} \text{ m}} = \\ &\approx -4.61 \cdot 10^{-26} \text{ Joule} \approx -2.88 \cdot 10^{-7} \text{ eV}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{r_0} &= k_e \frac{q_e \cdot q_p}{r_0} = \\ &\approx (2.998)^2 \cdot 10^9 \frac{\text{Newton m}^2}{\text{Coulomb}^2} \frac{(-1.602 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb}) \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb}}{0.53 \cdot 10^{-10} \text{ m}} = \\ &\approx -4.35 \cdot 10^{-18} \text{ Joule} \approx -27.2 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Risulta $E_{R_0} > E_{r_0}$ e molto vicino a zero. Infatti $R_0 \gg r_0$ e vale $E_{r \rightarrow \infty} = 0$. Questa ultima considerazione risponde alla domanda sul valore della costante arbitraria dell'energia potenziale: essa è fissata a zero per valori molto grandi della distanza tra le cariche. In ogni caso il lavoro fatto per portare due cariche da distanze molto grandi ad un valore finito, non dipende da dove viene preso lo zero dell'energia e corrisponde esattamente all'energia potenziale a quella distanza.

Avendo in mente un modello "planetario" per l'atomo di idrogeno, si può supporre che l'elettrone ruoti intorno al protone percorrendo un'orbita circolare di raggio esattamente uguale ad r_0 . Quanto vale l'energia potenziale dell'elettrone in questa orbita? e l'energia cinetica? La somma algebrica delle due quanto vale? che senso fisico assume il valore della somma? (punti 4)

L'energia potenziale (essendo la distanza tra le cariche costante) vale la quantità già calcolata:

$$E_{r_0} \approx -27.2 \text{ eV}.$$

L'energia cinetica si calcola ricordando che un'orbita circolare è percorsa allorché la forza centripeta necessaria è fornita dalle forze elettriche, ovvero vale l'uguaglianza

$$\frac{m_e \mathbf{v}^2}{r_0} = k_e \frac{|q_e \cdot q_p|}{r_0^2},$$

ovvero

$$E_{\text{cin}} = \frac{1}{2} m_e \mathbf{v}^2 = \frac{1}{2} k_e \frac{|q_e \cdot q_p|}{r_0} \approx \frac{1}{2} \cdot 27.2 \text{ eV} = 13.6 \text{ eV}.$$

La somma

$$E_{\text{cin}} + E_{r_0} \approx -13.6 \text{ eV}$$

è l'energia totale del sistema **legato** elettrone-protone, ovvero dell'atomo di idrogeno. È negativa e corrisponde alla sua energia di legame, ovvero l'energia che deve essere fornita al sistema per riportare le cariche a distanze molto grandi e quindi "libere", non più legate.

- 2.) Una spira quadrata di lato $l = NC/2$ cm, è collocata tra le espansione di un magnete in modo tale che il flusso del campo magnetico (uniforme) \mathbf{B}_0 , prodotto dal magnete e concatenato con la spira, sia massimo. In queste condizioni quanto vale la corrente che circola nella spira se questa ha una resistenza totale $R = NN \Omega$? (disegnare la situazione e commentare). **(punti 2)**

Il testo descrive una situazione in cui la spira è collocata ortogonalmente al campo magnetico uniforme prodotto dai magneti, così da massimizzare il flusso concatenato. Quando il campo magnetico NON varia non è presente alcuna forza elettromotrice indotta e quindi non può esserci corrente nella spira.

Ad un certo istante, in cui faremo partire il cronometro, quindi diciamo $t = 0$, il campo magnetico viene spento ed il suo valore assoluto decresce da $B_0 = |\mathbf{B}_0| = NC/10$ Tesla a zero in $t_0 = 1$ secondo, seguendo la legge $B(t) = B_0 \cdot [1 - t/t_0]$, rimanendo poi a zero per tempi oltre t_0 . (fare un grafico di $B(t)$ in funzione del tempo nell'intervallo $0 \leq t \leq 3$ sec).

Calcolare quindi anche la corrente nella spira in funzione del tempo nell'intervallo di tempo $0 \leq t \leq t_0$. Per $t > t_0$ su che valore si assesta la corrente? Fare un grafico anche del valore della corrente in funzione del tempo nell'intervallo di tempo $0 \leq t \leq 3$ sec **(punti 6)**

Per leggi dell'induzione

$$fem = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d(B(t) l^2)}{dt} = +\frac{B_0 l^2}{t_0} = \frac{NC}{10} \left(\frac{NC}{2} \cdot 10^{-2} \right)^2 \approx 5.4 \cdot 10^{-4} \text{ Volt}.$$

E la corrente indotta vale:

$$i = \frac{fem}{R} \approx \frac{5.4 \cdot 10^{-4} \text{ Volt}}{NN \Omega} = 1.08 \cdot 10^{-4} \text{ Ampere}.$$

Per $t > t_0$, il campo magnetico non varia più e di nuovo la fem e la corrente sono nulle.

3.) Un'onda elettromagnetica piana monocromatica è descritta dai campi elettrico (\mathbf{E}) e magnetico (\mathbf{B}) come di seguito indicati:

$$\mathbf{E}(y, t) = \hat{z} E_0 \cos(ky - \omega t), \text{ diretto lungo la direzione } z, \quad (3)$$

$$\mathbf{B}(y, t) = \hat{x} B_0 \cos(ky - \omega t), \text{ diretto lungo la direzione } x, \quad (4)$$

e rappresenta una radiazione di lunghezza d'onda $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ che si propaga nel vuoto. In che direzione? Quanto vale k ? quanto ω ? (**punti 6**)

L'onda si propaga nel verso del vettore $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$, ovvero nella direzione \hat{y} , come si verifica anche dalla scrittura dell'argomento del coseno: $(ky - \omega t)$ che sottolinea che l'onda si propaga nella direzione positiva dell'asse y . Dunque la scrittura dell'onda è coerente.

k è il numero d'onda

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{5000 \cdot 10^{-10} \text{ m}} \approx 1.26 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1},$$

vale la

$$\frac{\omega}{k} = c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m/sec} \rightarrow \omega \approx 3.77 \cdot 10^{15} \text{ rad/sec}.$$

Se l'intensità (media) dell'onda vale 5 mWatt/m^2 , quanto valgono E_0 ? e B_0 ? (**punti 3**)

$$\bar{I} = \langle \epsilon_0 c \mathbf{E}^2 \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Watt/m}^2, \rightarrow E_0 = \sqrt{\frac{2\bar{I}}{\epsilon_0 c}} \approx 1.94 \text{ Volt/m}.$$

$E_0/B_0 = c$, quindi

$$B_0 = E_0/c \approx 6.47 \cdot 10^{-9} \text{ Tesla}.$$

In una descrizione a fotoni, quanti fotoni al secondo attraversano una superficie di 1 m^2 perpendicolare alla direzione di propagazione? (**punti 3**)

L'energia trasportata da ogni singolo fotone vale

$$E_\gamma = hf = \frac{hc}{\lambda} \approx \frac{12.41 \cdot 10^3 \text{ eV \AA}}{5000 \text{ \AA}} \approx 2.48 \text{ eV} \approx 3.97 \cdot 10^{-19} \text{ Joule}.$$

Di conseguenza il numero di fotoni al secondo per m^2 $\frac{dN_\gamma}{dt}$ devono essere tali che

$$\bar{I} = \frac{dN_\gamma}{dt} \cdot E_\gamma, \rightarrow \frac{dN_\gamma}{dt} \approx \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ Watt/m}^2}{3.97 \cdot 10^{-19} \text{ Joule}} \approx 1.26 \cdot 10^{16} \text{ fotoni/sec/m}^2.$$

4.) I fotoni emessi dalla transizione tra il secondo stato eccitato ($n = 3$) ed il primo ($n = 2$) dell'atomo di idrogeno, come descritti dal modello di Bohr, vengono utilizzati per estrarre elettroni da un metallo. Quanto deve valere il lavoro di estrazione del materiale perché i fotoni siano in grado di estrarre elettroni? (**punti 2**)

I fotoni emessi nella transizione $E_3 - E_2$ hanno energia (secondo lo schema di Bohr $E_n = -13.6 \text{ eV}/n^2$)

$$E_3 - E_2 = 13.6 \text{ eV} \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \approx 1.89 \text{ eV} .$$

Perché gli elettroni vengano estratti dal metallo, il lavoro di estrazione W_0 deve soddisfare la relazione $W_0 < 1.89 \text{ eV}$.

Quale il numero (minimo) di fotoni al secondo che devono incidere per produrre una corrente di $NC/100 \mu$ Ampere se il materiale risulta emettere elettroni? (**punti 4**)

Assumendo che (in ipotesi di maggiore efficienza) ogni fotone che incide sul metallo sia in grado di estrarre un elettrone, il numero minimo di fotoni incidenti al secondo dN_γ/dt necessari per creare la corrente di $NC/100 \mu$ Ampere, è pari al numero di elettroni al secondo dN_e/dt necessari per produrre detta corrente:

$$i = \frac{NC}{100} \cdot 10^{-6} \text{ Ampere} = \frac{dN_e}{dt} |q_e| = \frac{dN_\gamma}{dt} |q_e| ,$$

ovvero

$$\frac{dN_\gamma}{dt} = \frac{i}{|q_e|} \approx \frac{NC}{100} \cdot 10^{-6} \text{ Ampere} \frac{1}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb}} \approx 3.7 \cdot 10^{11} \text{ fotoni incidenti/sec}$$