

Fisica 2 per biotecnologie: Prova scritta 6 Febbraio 2015

Scrivere immediatamente, ED IN EVIDENZA, sui due fogli protocollo consegnati (ed eventuali altri fogli richiesti) la seguente tabella:

NOME : Numero lettere del nome $NN = \dots\dots\dots$

COGNOME : Numero lettere del Cognome $NC = \dots\dots\dots$

NUMERO DI MATRICOLA : = NM

[esempio: Mario ($NN = 5$) Careri ($NC = 6$) matricola 123456 ($NM = 123456$)]

(tempo a disposizione 2 ore circa, da precisare dopo la presentazione del testo)

- prima di sostituirvi i valori numerici, scrivere (coerentemente con il testo del problema) le formule utilizzate e giustificarle brevemente. Laddove necessario o richiesto, illustrare con semplici figure il procedimento usato.

- È utilizzabile il libro di testo, anche per conoscere quantità necessarie per la risoluzione dei problemi. - Tenere a disposizione sul banco un documento di identità .

per superare la prova è necessario accumulare almeno 18 punti

QUESTO FOGLIO NON VA RICONSEGNA TO

1.) In una giornata nuvolosa e con temporale la differenza di potenziale che si instaura tra la superficie terrestre e la base delle nuvole può raggiungere i $10^7 - 10^8$ Volt. Per una nuvola con superficie di base NN Km \times NN Km e a una distanza media dal suolo di circa $NN/10$ Km, stimare:

- i) la capacità del condensatore Terra - Nuvola (esplicitando le approssimazioni necessarie ed assumendo per l'aria la costante dielettrica del vuoto);
- ii) la carica accumulata;
- iii) l'energia elettrica accumulata;
- iv) la corrente trasportata dal fulmine che ne scarica a terra la carica in 0.1 sec.

(6 punti)

Per un elettrone che venga trasferito dalla nuvola a terra quanto lavoro elettrico si compie? (se ne stimi il valore assoluto, non importa il segno). Questo lavoro in che modo dipende dalla traiettoria percorsa?

(4 punti)

2.) L'intensità della radiazione solare valuta ad una distanza dal sole pari alla distanza Terra-Sole, è di circa 1350 W/m²; un pannello solare con efficienza del 50% produce energia elettrica per un satellite. Se le sue apparecchiature assorbono (in media) $NC/10$ KWatt, che superficie ottimale dovrebbe avere il pannello?

(3 punti)

Stimare il valore del campo elettrico medio e del campo magnetico medio sul pannello prodotto dalla radiazione solare.

(3 punti)

- 3.) L'isotopo Carbonio-14 (^{14}C) ha tempo di dimezzamento $t_{1/2} \approx 5730$ anni. Si hanno a disposizione quattro campioni dello stesso isotopo costituiti rispettivamente da: $NN \times 10^{22}$, $5 \cdot NN \times 10^{22}$, $7 \cdot NN \times 10^{22}$ e $10 \cdot NN \times 10^{22}$ nuclei. Fare un grafico dell'attività dei quattro campioni in funzione del numero di nuclei che li costituiscono **(specificare bene le quantità graficate e le loro unità di misura)**.

(4 punti)

Il campione di Carbonio-14 è conservato in un ospedale insieme ad un campione di Cobalto-60 (^{60}Co) che viene usato per trattamenti radio-terapici. Sapendo che il tempo di dimezzamento del Cobalto-60 è di circa 5.3 anni, a parità di numero di nuclei iniziali dei due elementi (precisamente $N_0 = NN \times 10^{22}$) quale mostrerà un'attività maggiore all'inizio? e dopo un anno? e dopo dieci anni? e dopo 100 anni? **(organizzare una tabella con chiare indicazioni delle quantità descritte, le loro unità di misura, i risultati)**. Che conclusioni si possono trarre?

(8 punti)

- 4.) L'energia di legame dei due atomi che formano la molecola di idrogeno è tale che occorrono 110 kcal/mole per ridurre l'idrogeno molecolare ad idrogeno mono-atomico. Si hanno a disposizione NC moli. Quale massima lunghezza d'onda deve avere la radiazione in grado di separarli? **(discutere le formule usate)**.

(punti 4)

- 5.) Alle particelle con quantità di moto $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ è associata, in fisica quantistica, un'onda di lunghezza d'onda $\lambda = h/|\mathbf{p}|$, dove h è la costante di Planck. Si progetti un esperimento da doppia fenditura in cui le fenditure sono separate da $4 \mu\text{m}$. Gli elettroni incidono sulle fenditure dopo essere stati accelerati da una differenza di potenziale di 100 Volt. Trovare la distanza tra i primi due massimi su di uno schermo fluorescente posto a distanza $L = 2 \cdot NC$ metri. **(commentare le formule usate)**.

(punti 6)

(totale punti 38)

Fisica 2 per biotecnologie
Prova scritta: 05 Settembre 2014
Soluzione Testo unico

[soluzioni numeriche per i valori dell'esempio:

Mario (NN = 5) Careri (NC = 6) matricola 123456 (NM = 123456)]

- 1.) *In una giornata nuvolosa e con temporale la differenza di potenziale che si instaura tra la superficie terrestre e la base delle nuvole può raggiungere i $10^7 - 10^8$ Volt. Per una nuvola con superficie di base NN Km \times NN Km e a una distanza media dal suolo di circa $NN/10$ Km, calcolare (Si approssimi la costante dielettrica dell'aria con quella del vuoto):*

Si approssima il sistema Terra-nuvola con un condensatore a facce piane e parallele vista l'estensione in rapporto alla distanza, la capacità è quindi espressa dalla

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} = \frac{4\pi\epsilon_0 S}{4\pi d} \approx \frac{1}{4\pi} \frac{1}{9 \times 10^9} \frac{NN \cdot 10^3 \times NN \cdot 10^3 \text{ m}^2}{NN \cdot 10^6 \text{ m}} \approx 0.443 \times 10^{-6} \text{ Farad},$$

per $NC = 6$. *Quanta carica viene accumulata?*

$$Q = C \cdot \Delta V = 0.443 \times 10^{-6} \text{ Farad} \cdot (1 - 10) \cdot 10^7 \text{ Volt} \approx (4.4 - 44) \text{ Coulomb}.$$

Quanta energia elettrica è accumulata?

$$En = \frac{\epsilon_0}{2} \int \mathbf{E}^2 dV = \frac{1}{2} (\Delta V)^2 C \approx (2.2 - 220) \cdot 10^7 \text{ Joule}.$$

La corrente trasportata:

$$I = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{(4.4 - 44) \text{ Coulomb}}{0.1 \text{ sec}} \approx (44 - 440) \text{ Ampere}.$$

Un elettrone che venga trasferito dalla nuvola a terra quanto lavoro elettrico compie? (se ne stimi il valore assoluto, non importa il segno). Questo lavoro in che modo dipende dalla traiettoria percorsa?

Il potenziale è proprio il lavoro fatto per unità di carica, dunque il lavoro vale

$$L = |q_e \Delta V| \approx 1.602 \times 10^{-19} \text{ Coulomb} \cdot (1 - 10) \cdot 10^7 \text{ Volt} \approx (1.6 - 16) \cdot 10^{-12} \text{ Joule},$$

indipendente dalla traiettoria percorsa, perché il campo elettrico è conservativo ed il lavoro NON dipende dal cammino tra i due punti fissati (Terra-nuvola).

(confronta esercizio 17 - 65 del libro di testo - Giancoli)

- 2.) L'intensità della radiazione solare che giunge sulla terra è di circa 1350 W/m^2 ; un pannello solare con efficienza del 50% produce energia elettrica per un satellite. Se le sue apparecchiature assorbono (in media) $NC/10 \text{ KWatt}$, che superficie ottimale dovrebbe avere?

stimare il valore del campo elettrico medio e del campo magnetico medio sul pannello prodotto dalla radiazione solare.

L'intensità (media) I_P dei raggi solari distribuita su di una sfera di raggio Sole-Pianeta (D_{SP}) è data dalla potenza (media) del sole P divisa per la superficie sferica su cui si distribuisce, ovvero $I_P = P/(4\pi D_{SP}^2)$, è questa intensità che viene osservata sul pianeta P , ($P = \text{Terra o Marte}$). Quindi

$$I_{Terra} = \frac{P}{4\pi D_{ST}^2} \approx 1350 \text{ W/m}^2 .$$

Un pannello che raccolga questa intensità su una superficie S_p , raccoglie una potenza

$$P_p = I_{Terra} \cdot S_p$$

di cui solo il 50% può essere trasformabile in potenza per il satellite, ovvero la superficie indispensabile raddoppierà :

$$S_{necessaria} \geq 2 \cdot S_p = 2 \cdot \frac{P_p}{I_{Terra}} = \frac{NC/10 \text{ KW}}{I_{Terra}} \approx 0.89 \text{ m}^2 .$$

L'intensità è legata ai campi elettrici e magnetici dell'onda elettromagnetica che la trasporta

$$I = \frac{1}{\mu_0} \langle (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) \cdot \hat{\mathbf{r}} \rangle = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{c} \langle E^2 \rangle = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{c} E_{qm}^2$$

dove $E_{qm}^2 = \langle E^2 \rangle$ è il valore quadratico medio (nel tempo) del campo elettrico.

In conclusione

$$\begin{aligned} E_{qm}|_{Terra} &= \sqrt{\mu_0 c I_{Terra}} \approx 713 \text{ Volt/m} ; \\ B_{qm}|_{Terra} &= E_{qm}|_{Terra} / c \approx 2.4 \cdot 10^{-6} \text{ Tesla} . \end{aligned}$$

(confronta esercizio 22 - 32 del libro di testo - Giancoli)

- 3.) L'isotopo Carbonio-14 (^{14}C) ha tempo di dimezzamento $t_{1/2} \approx 5730$ anni. Si hanno a disposizione quattro campioni dello stesso isotopo costituiti rispettivamente da: $NN \times 10^{22}$, $5 \cdot NN \times 10^{22}$, $7 \cdot NN \times 10^{22}$ e $10 \cdot NN \times 10^{22}$ nuclei. Fare un grafico dell'attività dei quattro campioni in funzione del numero di nuclei che li costituiscono (specificare bene le quantità graficate e le loro unità di misura).

L'attività di un isotopo è definita come il numero di decadimenti che avvengono per unità di tempo (questa ultima può essere scelta a nostro piacimento e convenienza : il secondo, l'ora, l'anno ... etc..). Scegliamo l'unità tradizionale: il secondo. Dunque

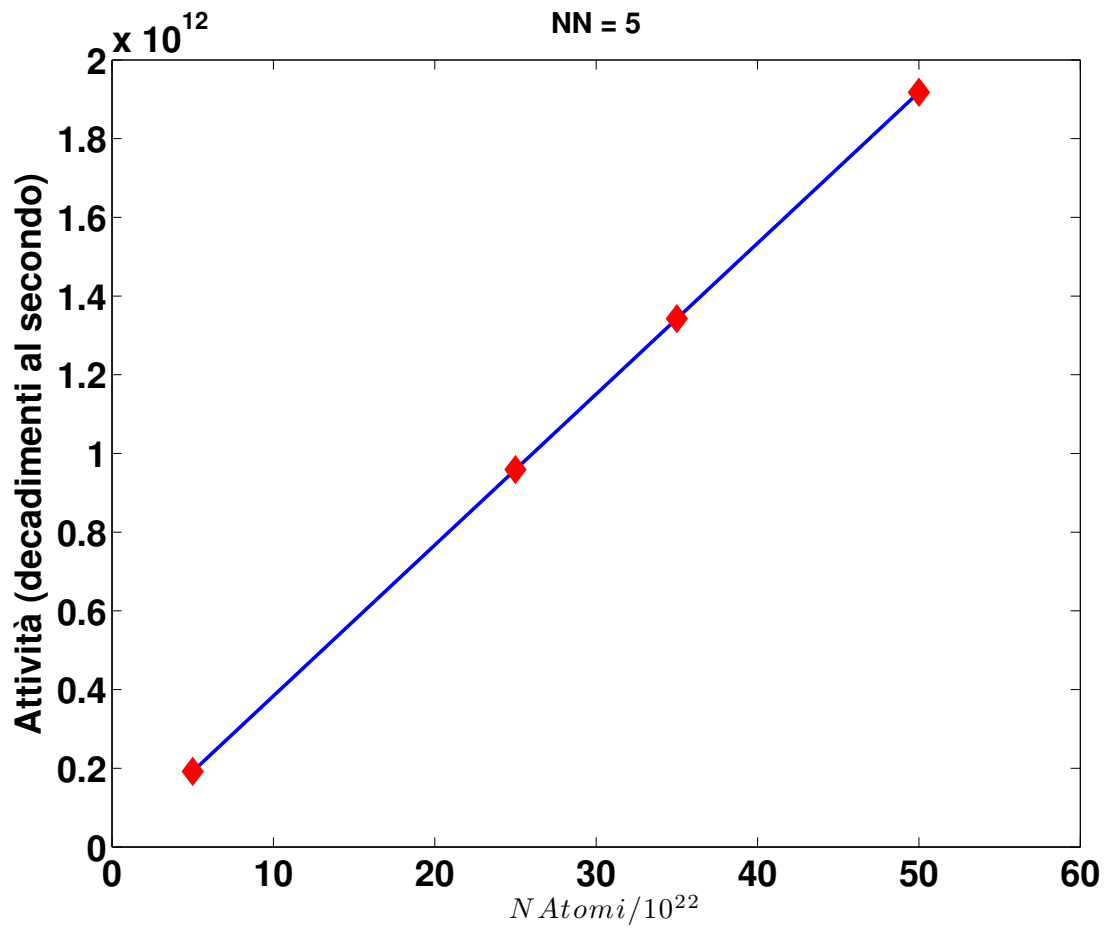


Figure 1: numero di decadimenti al secondo in funzione del numero di nuclei (o atomi) presenti nel campione in unità di 10^{22} . I quattro campioni sono identificati dagli asterischi (confronta Tavola 1) la legge è lineare.

tutto dovrà essere riportato a tale scelta (tempo di dimezzamento, costante di decadimento e attività.)

$$A(t) = \left| \frac{dN(t)}{dt} \right| = \lambda N(t) = \frac{\log 2}{t_{1/2}} N(t)$$

con $N(t) = N(t=0) \cdot e^{-\lambda t}$. $N(t=0)$ sono proprio il numero di nuclei che costituiscono i quattro campioni di C-14 "oggi", ovvero a $t=0$. Quindi

$$A(t=0) = \frac{\log 2}{t_{1/2}} N(t=0)$$

è l'attività dei campioni "oggi".

Dunque la relazione tra l'attività e il numero di nuclei è lineare ed è documentata dalla Figura 1 e dalla Tavola 1.

Table 1: Tavola dell'attività dei quattro campioni di C-14 (espressa in N di decadimenti al secondo) in funzione del numero di nuclei che li costituiscono. I risultati si riferiscono ad $NN = 5$.

$N(t=0)$ (n nuclei)	$5 \cdot 10^{22}$	$25 \cdot 10^{22}$	$35 \cdot 10^{22}$	$50 \cdot 10^{22}$
$A(t=0)$ (N decad. / sec)	$0.19 \cdot 10^{12}$	$0.96 \cdot 10^{12}$	$1.34 \cdot 10^{12}$	$1.92 \cdot 10^{12}$

Il campione di Carbonio-14 è conservato in un ospedale insieme ad un campione di Cobalto-60 (^{60}Co) che viene usato per trattamenti radio-terapici. Sapendo che il tempo di dimezzamento del Cobalto-60 è di circa 5.3 anni, a parità di numero di nuclei iniziali dei due elementi (precisamente $N_0 = NN \times 10^{22}$) quale mostrerà un'attività maggiore all'inizio? dopo un anno? dopo dieci anni? dopo cento anni? (**organizzare una tabella con chiare indicazioni delle quantità descritte, le loro unità di misura, i risultati**). Che conclusioni trarre?

Table 2: Tavola dell'attività del C-14 e del Co-60 (espressa in N di decadimenti al secondo) in funzione del tempo ($t = 1$ anno, 10 anni, 100 anni) e a parità di numero di nuclei iniziali. I risultati si riferiscono ad $NN = 5$.

(Per convenienza sono anche riportati i valori dei tempi di dimezzamento, $t_{1/2}$ (in anni), e delle costanti di decadimento, λ (in anni) $^{-1}$).

nuclei	$t_{1/2}$ (anni)	$\lambda = \frac{\log 2}{t_{1/2}}$ (anni) $^{-1}$	$N(t=0)$ n nuclei	$A(t=0)$ decad./sec	$A(t=1)$ decad./sec	$A(t=10)$ decad./sec	$A(t=100)$ decad./sec
^{14}C	5730	$0.12 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{22}$	$0.0019 \cdot 10^{14}$	$0.0019 \cdot 10^{14}$	$0.0019 \cdot 10^{14}$	$0.0019 \cdot 10^{14}$
^{60}Co	5.3	0.13	$5 \cdot 10^{22}$	$2.07 \cdot 10^{14}$	$1.82 \cdot 10^{14}$	$0.56 \cdot 10^{14}$	$0.000004 \cdot 10^{14}$

Conclusioni da trarre: a parità di "dimensioni" del campione (stesso numero di nuclei iniziali, non stesso volume!) un materiale a più breve tempo di dimezzamento è più radioattivo, ma per un tempo più breve.

(confronta esempio 30 - 9 del libro di testo - Giancoli)

- 4.) L'energia di legame dei due atomi che formano la molecola di idrogeno è tale che occorrono 110 kcal/mole per ridurre l'idrogeno ad idrogeno monoatomico. Si hanno a disposizione NC moli. Quale massima lunghezza d'onda deve avere la radiazione in grado di separarli?

Se per separare una mole di molecole, ovvero N_A molecole, in componenti atomici occorrono $W = 110$ kcal, per separare gli atomi di una singola molecola basteranno

$$W/N_A = 110 \text{ kcal}/N_A = 110 \cdot 10^3 \cdot 4.1868/N_A \text{ Joule} \approx 7.65 \times 10^{-19} \text{ Joule} \approx 4.78 \text{ eV}.$$

Per separarli la radiazione deve fornire almeno questa energia ovvero

$$W/N_A \leq h\nu = hc/\lambda$$

da cui

$$\lambda \leq \frac{hc}{W/N_A} \approx \frac{12.4 \cdot 10^3 \text{ eV} \cdot \text{\AA}}{4.78 \text{ eV}} \approx 2594.1 \text{ \AA} = 259.41 \text{ nm}.$$

Il risultato è evidentemente indipendente dal numero delle moli, il fenomeno ha carattere microscopico e molecolare.

- 5.) Ricordando che, in fisica quantistica, alle particelle con quantità di moto $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ è associata un'onda di lunghezza d'onda $\lambda = h/|\mathbf{p}|$, dove h è la costante di Planck, si prepari un esperimento da doppia fenditura in cui le fenditure sono separate da $4 \mu\text{m}$. Gli elettroni incidono sulle fenditure dopo essere stati accelerati da una differenza di potenziale di 100 Volt. Trovare la distanza tra i primi due massimi su di uno schermo fluorescente posto a distanza $L = 2 \cdot NC$ metri.

L'elettrone sottoposto alla differenza di potenziale di 100 Volt acquista un'energia cinetica $T_e = 100$ eV, dove $T_e = 1/2 m_e v^2 = \mathbf{p}^2/(2 m_e)$

Seguendo il testo

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{|\mathbf{p}|} = \frac{h}{\sqrt{2 m_e T_e}} \approx \frac{hc}{\sqrt{2 m_e c^2 T_e}} = \\ &\approx \frac{12.4 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{\AA}}{\sqrt{2 \cdot 0.51 \times 10^6 \text{ eV} \cdot 100 \text{ eV}}} \approx 1.23 \text{ \AA} = 1.23 \times 10^{-10} \text{ m}. \end{aligned}$$

I massimi si formano in corrispondenza di angoli dati dalla legge

$$d \sin \theta_n = n \lambda$$

con $n=1,2$ si avrà:

$$\begin{aligned} x_1 &= L \sin \theta_1 = 2 \cdot NC \text{ m} \cdot \frac{1 \cdot \lambda}{d} \approx 2 \cdot NC \text{ m} \cdot \frac{1.23 \times 10^{-10} \text{ m}}{4 \times 10^{-6} \text{ m}} \approx NC \cdot 6.15 \times 10^{-5} \text{ m} \\ x_2 &= L \sin \theta_2 = 2 \cdot NC \text{ m} \cdot \frac{2 \cdot \lambda}{d} \approx 2 \cdot NC \text{ m} \cdot \frac{1.23 \times 10^{-10} \text{ m}}{4 \times 10^{-6} \text{ m}} \approx NC \cdot 12.3 \times 10^{-5} \text{ m} \end{aligned}$$

ovvero

$$x_2 - x_1 \approx NC \cdot 6.14 \times 10^{-5} \text{ m} = NC \cdot 61.4 \mu\text{m} \approx 0.37 \text{ mm} \text{ per } NC = 6.$$