Fisica 2 per biotecnologie: Prova scritta 8 Gennaio 2015

Scrivere immediatamente, ED IN EVIDENZA, sui due fogli protocollo consegnati (ed eventuali altri fogli richiesti) la seguente tabella:

NOME : .... Numero lettere del nome $NN =$ ....

COGNOME : .... Numero lettere del Cognome $NC =$ ....

NUMERO DI MATRICOLA : .... $= NM$
[esempio: Mario (NN = 5) Careri (NC = 6) matricola 123456 (NM = 123456)]

(tempo a disposizione 2 ore circa, da precisare dopo la presentazione del testo)

- prima di sostituirvi i valori numerici, scrivere (coerentemente con il testo del problema) le formule utilizzate e giustificarle brevemente. Laddove necessario o richiesto, illustrare con semplici figure il procedimento usato.
- È utilizzabile il libro di testo, anche per conoscere quantità necessarie per la risoluzione dei problemi. - Tenere a disposizione sul banco un documento di identità .

per superare la prova è necessario accumulare almeno 18 punti

QUESTO FOGLIO NON VA RICONSEGNATO

1.) Per illuminare un albero di Natale si hanno a disposizione un gran numero di piccole lampadine identiche, che possono sostenere (senza bruciarsi) una differenza di potenziale di NN Volt. La tensione a disposizione è quella di casa: 220 Volt. Dobbiamo rinunciare ad illuminarlo? Abbiamo una soluzione possibile ed elettricamente sicura, senza dover acquistare altri apparati elettrici?
(**punti 3**)

2.) Le microonde della radiazione cosmica di fondo invadono tutto lo spazio con una densità di energia media di $4 \cdot 10^{-14}$ Joule/m^3.

a) In un punto qualunque dello spazio quale il valore quadratico medio, $\langle \vec{E}^{\,2} \rangle = E_{qm}^2$ del campo elettrico associato alla radiazione di fondo?
(**punti 4**)

b) a che distanza da un trasmettitore di onde radio sferiche da NC KWatt il segnale emesso ha lo stesso valore quadratico medio del campo elettrico della radiazione di fondo?
(**punti 4**)

3.) Un fascio di luce è costituito da due componenti di lunghezza d'onda rispettivamente di 720 nm e 660 nm; esso incide su di una coppia di fenditure separate di 0.58 mm e la figura di interferenza viene osservata su uno schermo posto a $l = NN$ m di distanza dalle fenditure.

Calcolare la distanza tra le due frange del secondo ordine relative alle due lunghezze d'onda incidenti.
(**punti 3**)

4.) La radiazione ultravioletta che incide su di una fotocellula fornisce sufficiente energia agli elettroni presenti nel bario metallico per espellerli dalla sua superficie. Si vuole misurare l'energia (cinetica) massima di questi elettroni utilizzando una lastra metallica a potenziale negativo in modo da fermare gli elettroni emessi. Calcolare la velocità massima a cui vengono emessi gli elettroni sapendo che la differenza di potenziale tra i due conduttori necessaria ad arrestare gli elettroni più veloci è pari a -3.02 Volt se intorno ad essi è fatto il vuoto.
(**punti 4**)

5.) Qual'è la *massima* lunghezza d'onda di una radiazione in grado di ionizzare l'atomo di idrogeno?

Facendo incidere su di un atomo di idrogeno radiazione di lunghezza d'onda $\lambda = 40.3$ nm, l'elettrone espulso dall'atomo di idrogeno che energia cinetica *minima* avrà ?

(**Commentare gli aggettivi "*massima*" e "*minima*" utilizzati nel testo**).
(**punti 4**)

6.) Utilizzando il modello di Bohr per l'atomo di idrogeno (che presenta un singolo elettrone) si possono studiare i livelli energetici degli atomi ionizzati fino a possedere un unico elettrone legato.

Studiare i livelli dell'atomo di Li^{2+} doppiamente ionizzato (l'atomo neutro di Litio risulta essere ${}^{6}_{3}Li$).

Stimare, applicando il modello di Bohr, il raggio dell'orbita di un elettrone che si trova nell'orbita più interna ($n = 1$) di un atomo di Uranio ($Z = 92$). Quanta energia sarebbe necessaria (approssimativamente) per rimuovere questo elettrone?
(**punti 8**)

7.) Il Fosforo ${}^{32}_{15}P$ (massa atomica $m = 31.97$ uma) ha tempo di dimezzamento $T_{1/2} = 14.262$ giorni.

a) In un campione di Fosforo ${}^{32}_{15}P$ puro di massa M = NN μg quanti nuclei sono presenti?

b) e dopo un anno?

c) che attività presentava all'inizio? e dopo un anno?

d) quanto tempo deve passare perché l'attività scenda al 20% dell'attività iniziale?

(**punti 8**)

(**totale punti 38**)

Fisica 2 per biotecnologie
Prova scitta: 05 Settembre 2014
Soluzione Testo unico

[soluzioni numeriche per i valori dell'esempio:
Mario (NN = 5) Careri (NC = 6) matricola 123456 (NM = 123456)]

1.) *Per illuminare un albero di Natale si hanno a disposizione un gran numero di piccole lampadine identiche, che possono sostenere (senza bruciarsi) una differenza di potenziale di NN Volt. La tensione a disposizione è quella di casa: 220 Volt. Dobbiamo rinunciare ad illuminarlo? Abbiamo una soluzione possibile ed elettricamente sicura, senza dover acquistare altri apparati elettrici?*

Le lampadine possono essere collegate in serie! Se si collegano in serie un numero di lampadine n

$$n \geq \frac{220\, Volt}{NN\, Volt} = \frac{220\, Volt}{5\, Volt} = 44\,,$$

*ognuna di esse sarà soggetta ad una ddp ≤ 5 Volt. La corrente che circolerà nell'impianto non sarà in grado, dunque, di bruciare le lampadine. Cinquanta lampadine potrebbe essere un numero che offre sicurezza (***quali gli svantaggi pratici del collegamento in serie?***).*

2.) *Le microonde della radiazione cosmica di fondo invadono tutto lo spazio con una densità di energia media di $4 \cdot 10^{-14}$ Joule/m^3.*

a) Determinare il valore quadratico medio ($\langle \vec{E}^{\,2} \rangle$) del campo elettrico associato alla radiazione di fondo.

La densità di energia trasportata dalle onde elettromagnetiche riceve un contributo dal campo elettrico ed uno dal campo magnetico

$$u = u_E + u_B = \frac{\epsilon_0}{2} \langle \vec{E}^{\,2} \rangle + \frac{1}{2\,\mu_0} \langle \vec{B}^{\,2} \rangle = \epsilon_0 \langle \vec{E}^{\,2} \rangle\,,$$

dato che vale la $\epsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$ ed in un onda $E = B \cdot c$ (c è la velocità della luce nel vuoto). Essendo, nel nostro caso,

$$u \approx 4 \cdot 10^{-14}\, Joule/m^3\,,$$

se ne deduce

$$\langle \vec{E}^{\,2} \rangle = E_{qm}^2 = \frac{u}{\epsilon_0} \approx \frac{4 \cdot 10^{-14}\, Joule/m^3}{8.84 \times 10^{-12}\, F/m} \approx 0.0045\, (Volt/m)^2\,, \quad E_{qm} \approx 0.067\, Volt/m.$$

b) A che distanza da un trasmettitore di onde radio sferiche da $P = NC$ KWatt il segnale emesso ha lo stesso valore quadratico medio del campo elettrico della radiazione di fondo?

A distanza d dal trasmettitore che emette in maniera sferica, l'intensità I della radiazione risulta essere uguale alla potenza di emissione distribuita sulla superficie sferica di raggio d, quindi

$$I = \epsilon_0 \, c \, \langle \vec{E}^{\,2} \rangle = c \, u = \frac{P}{4\pi d^2} \, .$$

Da cui

$$d^2 = \frac{P}{4\pi \, c \, u} \approx \frac{6 \times 10^3 \, Watt}{4\pi \, 3 \times 10^8 \, m/sec \cdot 4 \cdot 10^{-14} \, Joule/m^3} \approx 39.8 \times 10^6 \, m^2$$

ovvero

$$d \approx 6.3 \times 10^3 \, m = 6.3 \, Km \, .$$

3.) *Un fascio di luce è costituito da due componenti di lunghezza d'onda rispettivamente di 720 nm e 660 nm; esso incide su di una coppia di fenditure separate di $d = 0.58$ mm e la figura di interferenza viene osservata su uno schermo posto ad $l = NN$ m di distanza dalle fenditure.*

Calcolare la distanza tra le due frange del secondo ordine relative alle due lunghezze d'onda incidenti.

Le frange dei massimi di interferenza si distribuiscono secondo la legge

$$d \sin\vartheta = m\lambda \quad (si \, noti \, che \quad \sin\vartheta \sim \frac{\lambda}{d} \sim 0.001 \sim \vartheta)$$

e quindi sullo schermo occupano le posizioni

$$x(\lambda) = l \tan\vartheta \approx l \sin\vartheta = m \, \frac{l \, \lambda}{d} = 2 \, \frac{l \, \lambda}{d} \, ,$$

per i massimi di ordine $m = 2$. Ne risulta che la differenza richiesta diviene:

$$\begin{aligned} \Delta x &= x(\lambda_1) - x(\lambda_2) = 2 \, \frac{l}{d} \, (\lambda_1 - \lambda_2) = \\ &\approx 2 \, \frac{5 \, m}{0.58 \times 10^{-3} \, m} \, (720 - 660) \times 10^{-9} \, m \approx 0.2 \times 10^{-3} \, m \approx 5 \cdot 0.2 \, mm \approx 1.0 \, mm \, . \end{aligned}$$

4.) *La radiazione ultravioletta che incide su di una fotocellula fornisce sufficiente energia agli elettroni presenti nel bario metallico per espellerli dalla sua superficie. Si vuole misurare l'energia (cinetica) massima di questi elettroni utilizzando una lastra metallica a potenziale negativo in modo da fermare gli elettroni emessi. Calcolare la velocità massima a cui vengono emessi gli elettroni sapendo che la differenza di potenziale tra i due conduttori necessaria ad arrestare gli elettroni più veloci è pari a -3.02 Volt se intorno ad essi è fatto il vuoto.*

Il lavoro fatto su ogni elettrone dal potenziale esterno vale

$$q_e V_{ext}$$

e deve uguagliare l'energia cinetica **massima** T_e *degli elettroni se vogliano che* **tutti** *si arrestino, anche quelli più veloci. Quindi*

$$q_e V_{ext} = \frac{1}{2}\, m_e v^2 = T_e\,,$$

dove v *rappresenta la* **massima** *velocità posseduta dagli elettroni. Ne segue*

$$v = \sqrt{\frac{2\, q_e\, V_{ext}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\,\cdot\,(-1.602\times 10^{-19})\, C\,\cdot (-3.02)\, V}{9.1^{-31}\, Kg}} \approx 1.03\times 10^6\, m/sec$$

5.) *Qual'è la massima lunghezza d'onda di una radiazione in grado di ionizzare l'atomo di idrogeno? (Si ricorda che l'energia dello stato fondamentale dell'atomo di idrogeno vale* $E_1 = -13.6$ *eV).*

La minima frequenza necessaria al fotone per ionizzare l'atomo di idrogeno corrisponde all'energia di ionizzazione, ovvero un'energia pari, in valore assoluto, all'energia di legame

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} \geq 13.6\, eV$$

ovvero

$$\lambda \leq \frac{hc}{13.6eV} \approx \frac{12.4\times 10^3\, eV\, \AA}{13.6\, eV} \approx 911.8\, \AA = 91.18\, nm\,.$$

Facendo incidere su di un atomo di idrogeno radiazione di lunghezza d'onda $\lambda = 40.3$ *nm, l'elettrone espulso dall'atomo di idrogeno che energia cinetica minima* avrà *?*

La conservazione dell'energia impone che l'energia cinetica dell'elettrone T_e *espulso sia*

$$T_e = h\nu - 13.6\, eV$$

cioè l'energia cinetica sarà maggiore di zero solo se la frequanza è più della frequenza appena calcolata, ovvero che la lunghezza d'onda sia più piccola di 91.18 nm. Otteniamo

$$T_e = \frac{hc}{\lambda} - 13.6\, eV \approx \frac{12.4\times 10^3\, eV\, \AA}{403\, \AA} - 13.6\, eV \approx 17.2\, eV \approx 2.76\times 10^{-18}\, Joule\,.$$

6.) *Utilizzando il modello di Bohr per l'atomo di idrogeno (che presenta un singolo elettrone) si possono studiare i livelli energetici degli atomi ionizzati fino a possedere un unico elettrone legato.*

Studiare i livelli dell'atomo di Li^{2+} *doppiamente ionizzato (l'atomo neutro di Litio risulta essere* ${}^6_3Li$*).*

Le formule del modello di Bohr per l'idrogeno vanno modificate per ioni con carica nucleare Ze *ed un unico elettrone esterno, in maniera piuttosto semplice. In particolare lo spettro dell'energia diviene*

$$E_n = -\frac{1}{2}\, \frac{m_e (k_e\, Z e^2)^2}{\hbar^2}\, \frac{1}{n^2} = -Z^2\, \frac{1}{2}\, \frac{m_e (k_e\, e^2)^2}{\hbar^2}\, \frac{1}{n^2} \approx -Z^2\, \frac{13.6\, eV}{n^2} \approx -\frac{122.4\, eV}{n^2}\,,$$

per $Z = 3$.

Stimare, applicando il modello di Bohr, il raggio dell'orbita di un elettrone che si trova nell'orbita più interna ($n = 1$) di un atomo di Uranio ($Z = 92$). Quanta energia sarebbe necessaria (approssimativamente) per rimuovere questo elettrone?

Per stimare il raggio più interno occupato dall'elettrone (la distanza media occupata dall'elettrone più interno) occorre rivisitare le formule per i raggi delle orbite di Bohr, si perviene alla seguente espressione

$$R_n = n^2 \frac{\hbar^2}{k_e\, m_e\, Z e^2} = \frac{n^2}{Z}\, a_0 \approx \frac{n^2}{Z}\, 0.53\, \AA \approx 0.0058\, \AA$$

per $n = 1$ e $Z = 92$. Il raggio è circa 100 volte più piccolo del raggio di Bohr per l'atomo di idrogeno $a_0 = 0.53\, \AA$.

Lo spettro di energie è quello sopra ricavato

$$E_n \approx -Z^2\, \frac{13.6\, eV}{n^2} \approx -115\, KeV \quad per\, n = 1\, e\, Z = 92\,,$$

occorreranno almeno 115 KeV per rimuovere l'elettrone interno!

7.) *Il Fosforo ${}^{32}_{15}P$ (massa atomica $m = 31.97$ uma) ha tempo di dimezzamento $T_{1/2} = 14.262$ giorni.*

a) In un campione di Fosforo ${}^{32}_{15}P$ puro di massa $M = NN\, \mu g$ quanti nuclei sono presenti?

In 31.97 gr di campione (una mole) sono presenti un numero di Avogadro (N_A) di atomi, quindi

$$N(0) = N_A\, \frac{NN \times 10^{-6}\, gr}{31.97\, gr} \approx 0.94 \times 10^{17}\,;$$

b) e dopo un anno?

Dopo un anno saranno rimasti

$$N(t) = N(0) e^{-\lambda t} = 0.94 \times 10^{17}\, e^{-0.0486 \cdot 365} \approx 1.86 \times 10^9$$

dove t = 365 giorni (un anno), e

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \approx \frac{0.693}{14.262} \approx 0.0486\, giorni^{-1}\,.$$

c) che attività presentava all'inizio? e dopo un anno?

L'attività coincide con il numero di disintegrazioni in un certo lasso di tempo, ovvero col valore assoluto di dN/dt,

$$\begin{aligned} \left.\frac{dN(t)}{dt}\right|_{t=0} &= \lambda \cdot N(0) = 0.0486\, giorni^{-1} \cdot 0.94 \times 10^{17} = \\ &\approx 4.6 \times 10^{15}\, disintegrazioni/giorno = \\ &\approx 5.3 \times 10^{10}\, disintegrazioni/sec\,; \end{aligned}$$

e dopo un anno

$$
\begin{aligned}
\left.\frac{dN(t)}{dt}\right|_{t=365\,giorni} &= \lambda \cdot N(365\,giorni) = 0.0486\,giorni^{-1} \cdot 1.86 \times 10^9 = \\
&\approx 0.9 \times 10^8\,disintegrazioni/giorno = \\
&\approx 1.0 \times 10^3\,disintegrazioni/sec\,;
\end{aligned}
$$

d) quanto tempo deve passare perché l'attivita scenda al 20% dell'attività iniziale?

$$
\frac{dN/dt|_t}{dN/dt|_{t=0}} = e^{-\lambda t} = 0.2\,,
$$

ovvero

$$
t = -\frac{\ln 0.2}{\lambda} \approx \frac{1.609}{0.0486} \approx 33.12\,giorni\,.
$$