# Fisica 2 per biotecnologie: Prova scritta 9 Settembre 2013

**Scrivere immediatamente, <u>ED IN EVIDENZA</u>, sui due fogli protocollo consegnati (ed eventuali altri fogli richiesti) la seguente tabella:**

**NOME : .................................. Numero lettere del nome** $NN =$ **.................**

**COGNOME : .......................... Numero lettere del Cognome** $NC =$ **.................**

**NUMERO DI MATRICOLA : .........................................** $= NM$
**[esempio: Mario (NN = 5) Careri (NC = 6) matricola 123456 (NM = 123456) ]**

## Testo unico

nb: prima di sostituirvi i valori numerici, scrivere (coerentemente con il testo del problema) le formule utilizzate e **giustificarle brevemente**. Laddove necessario o richiesto, illustrare con semplici figure il procedimento usato.
**È utilizzabile il libro di testo, anche per conoscere quantità necessarie per la risoluzione dei problemi.** Tenere a disposizione sul banco un documento di identità .
**Questo foglio NON va restituito.**

**per superare la prova è necessario accumulare almeno 18 punti**

**1.)** Tramite un piccolo foro praticato nella piastra caricata negativamente, un fascio di protoni viene immesso all'interno di un condensatore caricato alla differenza di potenziale di valore $V_C$ Volt. Ogni protone si muove in linea retta all'interno del condensatore e la sua velocità è opposta al campo elettrico uniforme presente, $\mathbf{E}_0 = -E_0\,\hat{z}$. Ne segue che il protone rallenta la sua corsa a causa della forza elettrica esercitata su di esso. Se ogni protone viene immesso nel campo elettrico con una velocità iniziale $\mathbf{v}_0 = v_0\,\hat{z} = NN \cdot 10^4(\text{m/sec})\,\hat{z}$ (vedi Figura 1, alla lavagna),

determinare:

- direzione, verso e modulo della forza esercitata sul protone dal campo elettrico (**punti 2**);
- il tipo di moto del protone precisando come varia la velocità e la posizione del protone (**punti 3**);
- il minimo valore di $V_C$ tale da impedire al protone di arrivare a toccare la piastra del condensatore caricata positivamente (gli effetti della gravità sono del tutto trascurabili, come facile verificare). (**punti 6**)

(il protone ha carica $q_p \approx +1.602 \cdot 10^{-19}$ Coulomb e massa $m_p \approx 1.673 \cdot 10^{-27}$ Kg)

**2.)** Una spira circolare viene posta all'interno di un campo magnetico uniforme $\mathbf{B}_0 = B_0\,\hat{z}$ (con $B_0 = 0.5$ Tesla) in modo che le linee di forza del campo (dirette lungo l'asse $\hat{z}$) risultano ortogonali alla superficie della spira. Il campo risulta uniforme in tutta una regione circolare di diametro $D_0 = NC$ cm, mentre la spira (concentrica alla zona del campo) ha un raggio $a_0 = 2 \cdot NC$ cm $> D_0/2$. (vedi Figura 2, alla lavagna).

Assumendo che il campo magnetico venga spento (all'istante $t = 0$) e che il suo valore assoluto risulti variare nel tempo secondo la legge $B(t) = B_0\,e^{-kt}$ (con $k > 0$), determinare:

- la forza elettromotrice (in funzione di $k$) indotta nella spira durante tutto il tempo in cui il campo magnetico NON varia nel tempo e vale $B_0 = 0.5$ Tesla; (**punti 2**)
- la forza elettromotrice (in funzione di $k$ e del tempo $t$) indotta nella spira durante la fase di spegnimento; (**punti 5**)
- il valore numerico di $k$ sapendo che : i) la spira ha una resistenza pari ad $R = 10$ Ohm; ii) l'energia totale dissipata per effetto Joule nella spira durante lo spegnimento risulta di $W = 2 \cdot 10^{-5}$ Joule; (**punti 6**).

**3.)** L'intensità della radiazione emessa da una lampada a gas riscaldato viene riportata in un grafico in funzione di $r = 1/\lambda$, ovvero l'inverso della lunghezza d'onda. La distanza tra due picchi risulta di $\Delta r = 0.1 \cdot NM$ cm$^{-1}$.

Quanto vale la differenza di energia tra i livelli delle molecole che emettono la radiazione relativa ai due picchi (in eV ed in Joule) ? (**punti 5**)

**4.)** L'energia di legame dei due atomi che formano la molecola di idrogeno è tale che occorrono 110 kcal/mole per ridurre l'idrogeno ad idrogeno mono-atomico. Quale massima lunghezza d'onda deve avere la radiazione in grado di separarli? (**punti 4**)

(si ricorda l'equivalente meccanico del calore: 4.1868 Joule/cal).

**5.)** Ricordando che, in fisica quantistica, alle particelle con quantità di moto $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ è associata un'onda di lunghezza d'onda $\lambda = h/|\mathbf{p}|$, dove $h$ è la costante di Planck, si prepari un esperimento da doppia fenditura in cui le fenditure sono separate da $4\,\mu m$. Gli elettroni incidono sulle fenditure dopo essere stati accelerati da una differenza di potenziale di 100 Volt. Trovare la distanza tra i PRIMI due massimi su di uno schermo fluorescente posto a distanza $L = 2 \cdot NC$ metri dalle fenditure. (**punti 6**)

# Fisica 2 per biotecnologie
# Prova scritta: 9 Settembre 2013
## Soluzione Testo unico

**[soluzioni numeriche per i valori dell'esempio:**
**Mario (NN = 5) Careri (NC = 6) matricola 123456 (NM = 123456) ]**

**1.)** *Tramite un piccolo foro praticato nella piastra caricata negativamente, un fascio di protoni viene immesso all'interno di un condensatore caricato alla differenza di potenziale di valore $V_C$ Volt. Ogni protone si muove in linea retta all'interno del condensatore e la sua velocità è opposta al campo elettrico uniforme presente, $\mathbf{E}_0 = -E_0\,\hat{z}$. Ne segue che il protone rallenta la sua corsa a causa della forza elettrica esercitata su di esso. Se ogni protone viene immesso nel campo elettrico con una velocità iniziale $\mathbf{v}_0 = v_0\,\hat{z} = NN \cdot 10^4(\mathrm{m/sec})\,\hat{z}$ (vedi Figura 1, alla lavagna), (il protone ha carica $q_p \approx +1.602 \cdot 10^{-19}$ Coulomb e massa $m_p \approx 1.673 \cdot 10^{-27}$ Kg)*

*determinare:*

- *direzione, verso e modulo della forza esercitata sul protone dal campo elettrico (**punti 2**);*
- *il tipo di moto del protone precisando come varia la velocità e la posizione del protone (**punti 3**);*

  *La forza (frenante e diretta in senso contrario alla velocità ) che il campo elettrico presente nel condensatore esercita sul protone vale*

$$\mathbf{F}_p = q_p\mathbf{E}_0 = q_p\,\mathbf{E}_0 = -q_p\,E_0\,\hat{\mathbf{z}}\,,$$

  *ed è costante. Il moto sarà dunque uniformemente* **accelerato** *con accelerazione diretta contro la velocità , dunque la velocirà diminuirà linearmente nel tempo*

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0 - \frac{q_p}{m_p}\,E_0\,\hat{\mathbf{z}}\,t\,.$$

  *Il protone tende ad annullare la sua velocità e questo accadrà* **prima** *che raggiunga la piastra opposta solo se il campo elettrico sarà sufficientemente elevato.*

  *Lo spostamento effettuato dal protone lungo la direzione $\hat{z}$, sarà dunque uniformemente accelerato con accelerazione diretta contro il suo spostamento. Il protone si fermerà come già accennato e raggiungerà uno spostamento massimo dalla piastra da cui è partito. Lo spostamento dalla piastra di partenza vale (nel tempo):*

$$\Delta s(t) = v_0\,t - \frac{1}{2}\,\frac{q_p}{m_p}\,E_0\,t^2\,,$$

  *ed è tutto lungo la direzione $\hat{z}$.*

- *il minimo valore di $V_C$ tale da impedire al protone di arrivare a toccare la piastra del condensatore caricata positivamente (gli effetti della gravità sono del tutto trascurabili, come facile verificare). (**punti 6**)*

  *Il lavoro fatto dal campo elettrico sul protone che attraversa il condensatore per un tratto $\Delta s$*

$$F_p\,\Delta s = q_p\,E_0\,\Delta s = q_p \frac{V_C}{d}\,\Delta s,$$

  *dove $d$ è la distanza tra le piastre del condensatore e vale la relazione $E_0 = V_C/d$. Il lavoro fatto dal campo elettrico rallenta il moto del protone facendo diminuire la sua energia cinetica, che all'inizio valeva*

$$\frac{1}{2}\,m_p\,\mathbf{v}_0^2 \equiv E_{cinetica,\,iniziale}\,.$$

  *Quando il lavoro di "frenamento" della forza elettrica sarà pari all'energia cinetica iniziale, il protone si arresterà , quindi quando il protone avrà percorso un tratto $\Delta s$ tale che*

$$q_p \frac{V_C}{d}\,\Delta s = \frac{1}{2}\,m_p\,\mathbf{v}_0^2\,,$$

  *il protone risulterà fermo. Il problema pretende che questa tratto $\Delta s$ si minore (o al massimo uguale) alla distanza $d$ tra le piastre ($\Delta s \leq d$), ovvero che*

$$\frac{\Delta s}{d} = \frac{1}{2}\,m_p\,\mathbf{v}_0^2\,\frac{1}{q_p V_C} \leq 1\,.$$

  *Da questa disuguaglianza risulta (per $NN = 5$)*

$$V_C \geq \frac{1}{2}\,m_p\,\mathbf{v}_0^2\,\frac{1}{q_p} \approx 13.05\,Volt.$$

**verifica***: forza gravitazionale trascurabile nel problema.*

**discussione non richiesta** *Immaginiamo che il condensatore sia immerso nel campo gravitazionale terrestre e quindi il protone è soggetto alla forza gravitazionale $\mathbf{F}_g = m_p\,g$ dove $g \approx 9.8$ m/sec$^2$ è l'accelerazione di gravità . Il protone avvertirà dunque due forze opposte e tutte lungo l'asse $\hat{z}$. Il rapporto tra (i moduli) le due forze sarà*

$$\frac{|\mathbf{F}_p|}{|\mathbf{F}_G|} = \frac{q_p E_0}{m_p g} = \frac{q_p V_C/d}{m_p g} \geq \frac{1}{2}\,\mathbf{v}_0^2\,\frac{1}{d\,g} \approx \frac{1.3\cdot 10^8\,(metri)}{d\,(metri)}\,.$$

*Questo risultato avverte che la forza elettrica sarà molto più grande dalla forza gravitazionale fino a distanze delle piastre di 1000 Km!!! Per valori dell'ordine $d \approx 1$ mm, il rapporto è dell'ordine di $10^{11}$.*

**2.)** *Una spira circolare viene posta all'interno di un campo magnetico uniforme $\mathbf{B}_0 = B_0\,\hat{z}$ (con $B_0 = 0.5$ Tesla) in modo che le linee di forza del campo (dirette lungo l'asse $\hat{z}$)*

*risultano ortogonali alla superficie della spira. Il campo risulta uniforme in tutta una regione circolare di diametro $D_0 = NC$ cm, mentre la spira (concentrica alla zona del campo) ha un raggio $a_0 = 2 \cdot NC$ cm $> D_0/2$. (vedi Figura 2, alla lavagna).*

*Assumendo che il campo magnetico venga spento (all'istante $t = 0$) e che il suo valore assoluto risulti variare nel tempo secondo la legge $B(t) = B_0\, e^{-kt}$ (con $k > 0$), determinare:*

- *la forza elettromotrice (in funzione di $k$) indotta nella spira durante tutto il tempo in cui il campo magnetico NON varia nel tempo e vale $B_0 = 0.5$ Tesla; (**punti 2**)*
  *Il flusso del campo magnetico concatenato con la spira sarà proporzionale (essendo il campo magnetico uniforme) alla superficie attraversata dalle linee di forza, ovvero (chiamando $R_0 = D_0/2$ il raggio della zona di campo uniforme tutta concatenata con la superficie della spira)*

$$\phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} = B_0 \cdot \pi R_0^2\,;$$

  *perché ci sia forza elettromotrice (f.e.m.) indotta nella spira questo flusso DEVE variare nel tempo. Se questa variazione è nulla, risulterà nulla anche la f.e.m.*

- *la forza elettromotrice (in funzione di $k$ e del tempo $t$) indotta nella spira durante la fase di spegnimento; (**punti 5**)*

$$\begin{aligned} f.e.m. &= -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\int \mathbf{B}(t) \cdot d\mathbf{a} = -\frac{d}{dt}\, B(t)\,\pi R_0^2 = \\ &= -\pi R_0^2 \frac{d}{dt}\left[B_0\, e^{-kt}\right] = \pi R_0^2\, k\, B_0\, e^{-kt}\,. \end{aligned}$$

- *il valore numerico di $k$ sapendo che : i) la spira ha una resistenza pari ad $R = 10$ Ohm; ii) l'energia totale dissipata per effetto Joule nella spira durante lo spegnimento risulta di $W = 2 \cdot 10^{-5}$ Joule; (**punti 6**).*
  *la potenza dissipata per effetto Joule risulta*

$$R \cdot i^2 = \frac{f.e.m.^2}{R}$$

  *che, nel tempo di spegnimento risulta in un'energia dissipata totale*

$$\begin{aligned} W &= \int_0^\infty dt\, R \cdot i^2 = \frac{1}{R}\left[\pi R_0^2\, k\, B_0\right]^2 \int_0^\infty dt\, e^{-2kt} = \\ &= \frac{1}{R}\left[\pi R_0^2\, k\, B_0\right]^2 \frac{1}{2k} = \left[\pi R_0^2\, B_0\right]^2 k\, \frac{1}{2R}\,, \end{aligned}$$

  *da cui*

$$\begin{aligned} k &= \frac{2WR}{\left[\pi R_0^2\, B_0\right]^2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{Joule} \cdot 10\,\mathrm{Ohm}}{\left[\pi (NC/2/100)^2\,\mathrm{m}^2 \cdot 0.5\,\mathrm{Tesla}\right]^2} \\ &\approx 200.14\,\mathrm{sec}^{-1}\,. \end{aligned}$$

*$\tau = k^{-1} \approx 5 \times 10^{-3}$ sec rappresenta un tempo caratteristico di spegnimento.*

**3.)** *L'intensità della radiazione emessa da una lampada a gas riscaldato viene riportata in un grafico in funzione di $r = 1/\lambda$, ovvero l'inverso della lunghezza d'onda. La distanza tra due picchi risulta di $\Delta r = 0.1 \cdot NM$ $cm^{-1}$.*

*Quanto vale la differenza di energia tra i livelli delle molecole che emettono la radiazione relativa ai due picchi (in eV ed in Joule) ? (**punti 5**)*

*La differenza di energia è proporzionale alla differenza di frequenze tra le due radiazioni*

$$\Delta E = h\Delta\nu = h\Delta\left(\frac{c}{\lambda}\right) = hc\left(\Delta\frac{1}{\lambda}\right) = hc\,\Delta r\,,$$

*dove $h$ è la costante di Planck e $c$ la velocità della luce nel vuoto. Si conclude*

$$\begin{aligned}\Delta E &= hc\,\Delta r \approx 6.626 \cdot 10^{-34}\,\text{Joule} \cdot \text{sec} \cdot 2.998 \cdot 10^{10}\,\text{cm/sec} \cdot 0.1 \cdot NM\,\text{cm}^{-1} \\ &\approx 2.45 \cdot 10^{-19}\,\text{Joule} \approx 1.53\,\text{eV} \qquad \text{se NM} = 123456\,. \end{aligned} \tag{1}$$

**4.)** *L'energia di legame dei due atomi che formano la molecola di idrogeno è tale che occorrono 110 kcal/mole per ridurre l'idrogeno ad idrogeno mono-atomico. Quale massima lunghezza d'onda deve avere la radiazione in grado di separarli? (**punti 4**)*

*(si ricorda l'equivalente meccanico del calore: 4.1868 Joule/cal).*

*Se per separare una mole di molecole, ovvero $N_A$ molecole, in componenti atomici occorrono $W = 110$ kcal, per separare gli atomi di una singola molecola basteranno*

$$W/N_A = 110\,\text{kcal}/N_A = 110 \cdot 10^3 \cdot 4.1868/N_A\,\text{Joule} \approx 7.65 \times 10^{-19}\,\text{Joule} \approx 4.78\,\text{eV}\,.$$

*Per separarli la radiazione deve fornire almeno questa energia ovvero*

$$W/N_A \leq h\nu = hc/\lambda$$

*da cui*

$$\lambda \leq \frac{hc}{W/N_A} \approx \frac{12.4\,10^3\text{eV} \cdot \text{Å}}{4.78\,\text{eV}} \approx 2594.1\,\mathring{A} = 259.41\,\text{nm}\,.$$

**5.)** *Ricordando che, in fisica quantistica, alle particelle con quantità di moto $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ è associata un'onda di lunghezza d'onda $\lambda = h/|\mathbf{p}|$, dove $h$ è la costante di Planck, si prepari un esperimento da doppia fenditura in cui le fenditure sono separate da $4\,\mu m$. Gli elettroni incidono sulle fenditure dopo essere stati accelerati da una differenza di potenziale di 100 Volt. Trovare la distanza tra i PRIMI due massimi su di uno schermo fluorescente posto a distanza $L = 2 \cdot NC$ metri dalle fenditure. (**punti 6**)*

*L'elettrone sottoposto alla differenza di potenziale di 100 Volt acquista un'energia cinetica $T_e = 100$ eV, dove $T_e = 1/2\,m_e\mathbf{v}^2 = \mathbf{p}^2/(2\,m_e)$*

*Seguendo il testo*

$$
\begin{aligned}
\lambda &= \frac{h}{|\mathbf{p}|} = \frac{h}{\sqrt{2\,m_e T_e}} \approx \frac{hc}{\sqrt{2\,m_e c^2\,T_e}} = \\
&\approx \frac{12.4 \times 10^3\,\mathrm{eV}\cdot\text{Å}}{\sqrt{2\cdot 0.51\times 10^6\,\mathrm{eV}\cdot 100\,\mathrm{eV}}} \approx 1.23\,\text{Å} = 1.23\times 10^{-10}\,\mathrm{m}\,.
\end{aligned}
$$

*I massimi si formano in corrispondenza di angoli dati dalla legge*

$$
d\sin\theta_n = n\,\lambda
$$

*con n=1,2,3.... si avrà:*

$$
\begin{aligned}
x_1 &= L\sin\theta_1 = 2\cdot NC\,\mathrm{m}\cdot\frac{1\cdot\lambda}{d} \approx 2\cdot NC\,\mathrm{m}\cdot\frac{1.23\times 10^{-10}\,\mathrm{m}}{4\times 10^{-6}\,\mathrm{m}} \approx NC\cdot 6.15\times 10^{-5}\,\mathrm{m} \\
x_2 &= L\sin\theta_2 = 2\cdot NC\,\mathrm{m}\cdot\frac{2\cdot\lambda}{d} \approx 2\cdot NC\,\mathrm{m}\cdot\frac{1.23\times 10^{-10}\,\mathrm{m}}{4\times 10^{-6}\,\mathrm{m}} \approx NC\cdot 12.3\times 10^{-5}\,\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

*ovvero*

$$
x_2 - x_1 \approx NC\cdot 6.15\times 10^{-5}\,\mathrm{m} = NC\cdot 61.5\,\mu\mathrm{m} \approx 0.37\,\mathrm{mm}\ \ \mathrm{per}\,NC = 6\,.
$$