

# Fisica 2 per biotecnologie: Prova scritta 16 Giugno 2014

Scrivere immediatamente, ED IN EVIDENZA, sui due fogli protocollo consegnati (ed eventuali altri fogli richiesti) la seguente tabella:

NOME : ..... Numero lettere del nome  $NN = \dots\dots\dots$

COGNOME : ..... Numero lettere del Cognome  $NC = \dots\dots\dots$

NUMERO DI MATRICOLA : ..... =  $NM$

[esempio: Mario ( $NN = 5$ ) Careri ( $NC = 6$ ) matricola 123456 ( $NM = 123456$ ) ]

.....PRIMA PARTE (o SECONDA PARTE o PROVA COMPLETA)

(tempo a disposizione 2 ore circa, da precisare dopo la presentazione del testo)

- coloro che svolgono solo la **PRIMA PARTE** devono risolvere gli esercizi 1,2 e 3;
- coloro che svolgono solo la **SECONDA PARTE** devono risolvere gli esercizi 4,5,6 e 7;
- coloro che svolgono la **PROVA COMPLETA** devono risolvere almeno gli esercizi 1,5 e 7.]

- prima di sostituirvi i valori numerici, scrivere (coerentemente con il testo del problema) le formule utilizzate e giustificarle brevemente. Laddove necessario o richiesto, illustrare con semplici figure il procedimento usato.

- È utilizzabile il libro di testo, anche per conoscere quantità necessarie per la risoluzione dei problemi. - Tenere a disposizione sul banco un documento di identità .

**per superare la prova è necessario accumulare almeno 18 punti**

**QUESTO FOGLIO NON VA RICONSEGNA TO**

1.) Un condensatore di  $C_1 = 0.5 \cdot NN \mu\text{F}$  viene caricato per mezzo di una pila da  $V_0 = NC$  Volt. A carica avvenuta il condensatore viene scollegato dalla batteria e collegato in parallelo ad un altro condensatore da  $C_2 = \frac{2}{3} NN \mu\text{F}$  inizialmente scarico (supponiamo che il filo di collegamento abbia resistenza molto piccola). Determinare:

- i) l'energia immagazzinata prima che i due condensatori vengano collegati (**punti 2**);
- ii) l'energia immagazzinata dopo aver collegato i condensatori ed atteso che non ci siano più variazioni di corrente.

(**suggerimento:** Calcolare innanzitutto il valore della tensione ai capi dei due condensatori a tempi lunghi. Che criterio potremmo usare? il sistema è isolato? la carica si deve conservare?);(**punti 6**)

iii) L'energia finale è più grande o più piccola dell'energia iniziale? Quanto vale la variazione di energia  $\Delta E = E_{iniziale} - E_{finale}$ ? (**punti 3**)

iv) Anche se piccola inseriamo tra i due condensatori una (**inevitabile**) resistenza  $R$ . Sapendo (suggerimento importante!) la legge con cui varia la corrente nel circuito ( $t = 0$  corrisponde all'istante in cui il secondo condensatore viene inserito), ovvero:

$$i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-t/\tau^{serie}} \quad (1)$$

con  $\tau^{serie} = RC_{eq}^{serie} = R \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ . Scrivere le tensioni  $V_{C_1}(t)$  e  $V_{C_2}(t)$  in funzione del tempo e fare un grafico delle due quantità in funzione del tempo (o, meglio, di  $t/\tau^{serie}$ ) (**punti 6**)

(**bonus**) Calcolare l'energia (**totale**) perduta in effetto Joule sulla resistenza durante il passaggio di corrente: quanto vale? Ha a che fare con  $\Delta E$ ? dipende dal valore della resistenza inserita? perché ? (**punti 8**).

- - (totale **punti** esercizio = 17 + 8 (bonus))

- 2.) Il sistema di alimentazione di un laser ad azoto (pulsato) usa un condensatore di  $0.050 \mu\text{F}$  con una tensione massima di 30 kV.
- Calcolare l'energia massima immagazzinata nel condensatore (**punti 2**).
  - supponendo che una frazione percentuale  $f = 2 \cdot NC\%$  di questa energia potenziale elettrostatica venga convertito in energia luminosa durante un impulso di  $8.0 \mu\text{sec}$ , calcolare la potenza emessa dal laser (**punti 6**).
- (totale **punti** esercizio = 8)
- 3.) Supponete che all'equatore il campo magnetico terrestre sia diretto verso NORD e valga (in media)  $0.40 \cdot 10^{-4}$  Tesla. Stimare la velocità che dovrebbe avere un atomo di Uranio-238 ( $M_U \approx 238 \text{ uma} \approx 238 \times 1.6605 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$ ) ionizzato ( $Q_U = +q_e \approx 1.602 \cdot 10^{-19}$  Coulomb) per effettuare il giro completo della Terra a  $NN$  Km di altezza sopra l'equatore (raggio della Terra  $R_T \approx 6.38 \cdot 10^3$  Km). Ha senso trascurare la forza di gravità ? (**punti 8**)
- (totale **punti** esercizio = 8)
- 4.) Le microonde della radiazione cosmica di fondo invadono tutto lo spazio con una densità di energia (media) di circa  $4 \cdot 10^{-14}$  Joule/m<sup>3</sup>.
- Determinare il valore quadratico medio e quello massimo del campo elettrico associato alla radiazione (**punti 4**).
  - A che distanza da un trasmettitore di onde radio sferiche di  $2 \cdot NC$  kW il segnale è comparabile con quello della radiazione di fondo? (**punti 5**)
- (totale **punti** esercizio = 9)
- 5.) Un fascio di luce bianca con lunghezze d'onda nell'intervallo da 410 nm a 750 nm incide su di un reticolo di diffrazione con 8500 fenditure per centimetro del tipo usato nelle nostre esperienze di laboratorio. La figura di diffrazione viene osservata su uno schermo posto a  $NC/2$  metri al di là del reticolo. Quanto è largo l'intero spettro costituito dalle frange del primo ordine? (**punti 6**)
- (totale **punti** esercizio = 6)
- 6.) Un certo tipo di pellicola è sensibile solo alla radiazione di lunghezza d'onda inferiore a 660 nm. Quanto vale l'energia (espressa in eV ed in kcal/mole) necessaria perché possa avvenire la reazione chimica che impressiona la pellicola? **punti ( 6)**
- (totale **punti** esercizio = 6)
- 7.) J. Chadwick scoprì il neutrone bombardando il  ${}^9_4\text{Be}$  con particelle  $\alpha$ .
- Sapendo che un prodotto della reazione è un neutrone (allora sconosciuto) qual è l'altro prodotto? (**punti 3**).
  - Oltre all'energia cinetica della particella  $\alpha$  incidente, che energia è a disposizione dei prodotti della reazione? (Valore  $Q$  della reazione). Perché ? (**punti 6**).  
(utilizzare le tavole delle masse atomiche riportate nel testo e giustificarne l'uso)
- (totale **punti** esercizio = 9)
- -- (totale **punti** della prima parte = 33+bonus; della seconda parte = 30; punteggio minimo prova completa = 32 + bonus)

**Fisica 2 per biotecnologie**  
**Prova scritta: 16 Giugno 2014**  
**Soluzione Testo unico**

[soluzioni numeriche per i valori dell'esempio:

Mario (NN = 5) Careri (NC = 6) matricola 123456 (NM = 123456) ]

1.) Un condensatore di  $C_1 = 0.5 \cdot NN \mu F$  viene caricato per mezzo di una pila da  $V_0 = NC$  Volt. A carica avvenuta il condensatore viene scollegato dalla batteria e collegato in parallelo ad un altro condensatore da  $C_2 = \frac{2}{3} NN \mu F$  inizialmente scarico (supponiamo che il filo di collegamento abbia resistenza molto piccola). Determinare l'energia immagazzinata:

i) prima che i due condensatori vengano collegati (punti 2);

$$\begin{aligned} \text{Energia}_{1, \text{iniziale}} &= \frac{1}{2} V_0^2 C_1 \approx 4.5 \cdot 10^{-5} \text{ Joule}, \\ \text{Energia}_{2, \text{iniziale}} &= 0; \quad (\text{condensatore 2 scarico...}), \\ E_{\text{iniziale}} &= \frac{1}{2} V_0^2 C_1 \approx 4.5 \cdot 10^{-5} \text{ Joule}; \end{aligned}$$

ii) dopo aver collegato i condensatori ed atteso che non ci siano più variazioni di corrente (punti 6);

(suggerimento: Calcolare innanzitutto il valore della tensione ai capi dei due condensatori a tempi lunghi. Che criterio potremmo usare? il sistema è isolato? la carica si deve conservare?);

La tensione ai capi di  $C_1$  e  $C_2$  quando non circola più corrente dovrà essere la stessa (sono in parallelo) e la indichiamo  $V^\infty$  perchè raggiunta a tempi  $t \gg \tau^{\text{serie}}$ . La carica iniziale  $Q_0$  (che si conserva ed era distribuita su  $C_1$ ) verrà a distribuirsi sui due condensatori

$$Q_0 = V_0 C_1 = 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ C} = Q_1 + Q_2 = V^\infty C_1 + V^\infty C_2,$$

ovvero

$$V^\infty = V_0 \frac{C_1}{C_1 + C_2} \approx 2.57 \text{ Volt} < V_0 (\equiv 6 \text{ Volt}).$$

Ne segue:  $Q_1 \approx 6.43 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ ,  $Q_2 \approx 8.57 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ , inoltre:

$$\begin{aligned} E_{\text{finale}} &= \frac{1}{2} (V^\infty)^2 C_1 + \frac{1}{2} (V^\infty)^2 C_2 = \frac{1}{2} (V^\infty)^2 [C_1 + C_2] = \\ &= \frac{1}{2} V_0^2 C_1 \left[ \frac{C_1}{C_1 + C_2} \right] = E_{\text{iniziale}} \cdot \left[ \frac{C_1}{C_1 + C_2} \right] \approx 1.93 \cdot 10^{-5} \text{ Joule} < E_{\text{iniziale}}. \end{aligned}$$

iii) L'energia finale è più grande o più piccola dell'energia iniziale? Quanto vale la variazione di energia  $\Delta E = E_{\text{iniziale}} - E_{\text{finale}}$ ? (punti 3)

$$\Delta E = \frac{1}{2} V_0^2 \left[ \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right] \approx 2.57 \cdot 10^{-5} \text{ Joule.} \quad (2)$$

iv) Anche se piccola inseriamo tra i due condensatori una (inevitabile) resistenza  $R$ . Sapendo la legge con cui varia la corrente nel circuito ( $t = 0$  corrisponde all'istante in cui il secondo condensatore viene inserito), ovvero:

$$i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-t/\tau^{serie}} \quad (3)$$

con  $\tau^{serie} = R C_{eq}^{serie} = R \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ . Scrivere le tensioni  $V_{C_1}(t)$  e  $V_{C_2}(t)$  in funzione del tempo e fare un grafico delle due quantità in funzione del tempo (o, meglio, di  $t/\tau^{serie}$ ) (punti 6)

Facile è scrivere la differenza  $V_{C_1}(t) - V_{C_2}(t) = R \cdot i$  !! Sapendo poi che i valori iniziali e finali delle  $V_{C_1}(t)$  e  $V_{C_2}(t)$  sono noti... si arriva alle:

$$\begin{aligned} V_{C_2}(t) &= V^\infty (1 - e^{-t/\tau^{serie}}) = V_0 \frac{C_1}{C_1 + C_2} (1 - e^{-t/\tau^{serie}}); \\ V_{C_1}(t) &= R \cdot i + V_{C_2}(t) = V_0 e^{-t/\tau^{serie}} + V_0 \frac{C_1}{C_1 + C_2} (1 - e^{-t/\tau^{serie}}) = \\ &= V_0 \frac{C_1}{C_1 + C_2} \left( 1 + \frac{C_2}{C_1} e^{-t/\tau^{serie}} \right); \end{aligned}$$

rappresentate in Fig.1.

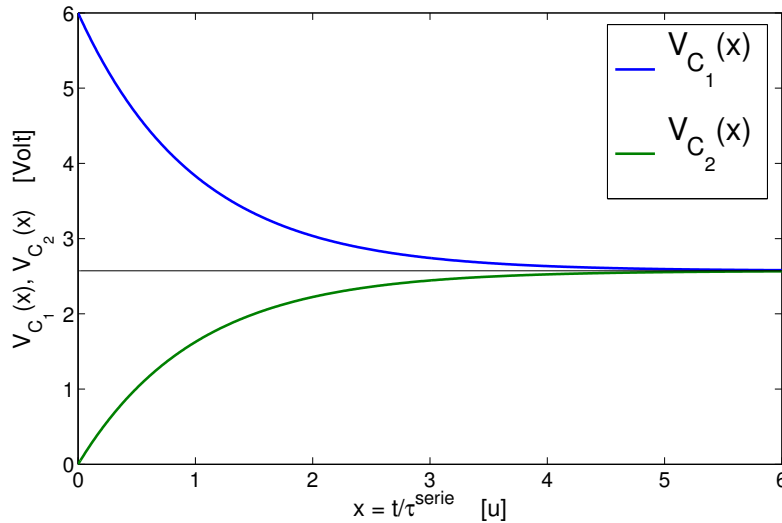


Figure 1: Le tensioni  $V_{C_1}(x)$  e  $V_{C_2}(x)$  in funzione di  $x = t/\tau^{serie}$ .

(bonus) Calcolare l'energia (totale) perduta in effetto Joule sulla resistenza durante il passaggio di corrente: quanto vale? Ha a che fare con  $\Delta E$ ? dipende dal valore della resistenza inserita? perché? (punti 8). L'energia perduta in effetto Joule vale

$$W = \int_0^\infty dt R \cdot i^2(t) = \frac{1}{2} R \frac{V_0^2}{R^2} \tau^{serie} \cdot \int_0^\infty dx e^{-x} = \frac{1}{2} V_0^2 \left[ \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right] \equiv \Delta E \text{!!!!} \quad (4)$$

Si è usata la variabile di integrazione  $x = t/\tau^{serie}$ .

Si noti che  $W$  NON dipende da  $R$ . Se  $R$  è piccola  $\tau^{serie}$  è piccolo e tutto il processo avviene rapidamente. Se  $R$  è grande tale è  $\tau^{serie}$  ed il processo avviene più lentamente, ma l'integrale totale resta il medesimo. Anche nel limite  $R \rightarrow 0$  la differenza di energia sussisterebbe, andrebbe perduta in effetto Joule in un solo breve istante...(questa è la ragione del perché il testo non fornisce valore per la resistenza  $R$ !!...)

- - (totale **punti** esercizio = 17 + 8 (bonus))

- 2.) Il sistema di alimentazione di un laser ad azoto (pulsato) usa un condensatore di  $0.050 \mu F$  con una tensione massima di 30 kV.

i) Calcolare l'energia massima immagazzinata nel condensatore (**punti** 2).

Analogo all'esercizio precedente!

$$E = Energia_{1, iniziale} = \frac{1}{2} V^2 C = \frac{1}{2} (30000 \text{ Volt})^2 \cdot 0.050 \mu F = 22.5 \text{ Joule}.$$

ii) supponendo che una frazione percentuale  $f = 2 \cdot NC\%$  di questa energia potenziale elettrostatica venga convertito in energia luminosa durante un impulso di  $8.0 \mu sec$ , calcolare la potenza emessa dal laser (**punti** 6)

$$\text{Potenza della luce} = \frac{f}{100} \cdot \frac{E}{8.0 \cdot 10^{-6} \text{ sec}} = 337.5 \text{ kW}$$

- - (totale **punti** esercizio = 8)

- 3.) Supponete che all'equatore il campo magnetico terrestre sia diretto verso NORD e valga  $0.40 \cdot 10^{-4}$  Tesla. Stimare la velocità che dovrebbe avere un atomo di Uranio-238 ( $M_U \approx 238 \text{ uma} \approx 238 \times 1.6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ) ionizzato ( $Q_U = +q_e \approx 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb}$ ) per effettuare il giro completo della Terra a  $NN \text{ Km}$  di altezza sopra l'equatore (raggio della Terra  $R_T \approx 6.38 \cdot 10^3 \text{ Km}$ . Ha senso trascurare la forza di gravità? (**punti** 8) cap20 es 24

La forza magnetica sull'atomo di Uranio ha modulo

$$|\mathbf{F}_B| = Q_U \mathbf{v}_Q \times \mathbf{B}_T.$$

Per poter avere un'orbita circolare intorno all'equatore, questa forza deve essere diretta verso il centro della terra e fornire l'accelerazione (o la forza) centripeta necessaria. Dato che l'atomo è carico positivamente (è stato strappato un elettrone, ionizzandolo) il suo moto deve essere verso OVEST (diciamo  $-\hat{x}$ ) se vogliamo porre il NORD nel verso positivo delle  $\hat{y}$  e la verticale lungo  $\hat{z}$ . Dunque sarà

$$\mathbf{F}_B = +q_e(-\hat{x})|\mathbf{v}| \times \hat{y}|\mathbf{B}| = -\hat{z}q_e |\mathbf{v}| |\mathbf{B}|$$

Questa forza deve essere sufficiente per percorrere un'orbita circolare di raggio  $R = (R_T + NN) \text{ Km} \approx (6.38 \cdot 10^3 \text{ Km} + 5 \text{ Km}) \approx R_T$  (errori entro lo 0.08%). La velocità deve essere tale che

$$|\mathbf{F}_B| = q_e |\mathbf{v}| |\mathbf{B}| = M_U \frac{\mathbf{v}^2}{R}$$

cioè

$$|\mathbf{v}| \approx 1.03 \cdot 10^8 \text{ m/sec},$$

circa un terzo della velocità della luce! La forza prodotta in queste condizioni dal campo magnetico vale (in modulo)

$$|\mathbf{F}_B| = q_e |\mathbf{v}| |\mathbf{B}| \approx 6.6 \cdot 10^{-16} \text{ Newton}$$

mentre la forza peso vale

$$|\mathbf{p}| = M_U \cdot g \approx 3.9 \cdot 10^{-24} \text{ Newton},$$

trascurabile rispetto alla forza magnetica.

- - (totale **punti** esercizio = 8)

- 4.) Le microonde della radiazione cosmica di fondo invadono tutto lo spazio con una densità di energia (media) di circa  $4 \cdot 10^{-14} \text{ Joule/m}^3$ .

i) Determinare il valore quadratico medio e quello massimo del campo elettrico associato alla radiazione (**punti** 4).

la densità di energia elettrica e magnetica della radiazione vale

$$\langle u \rangle = \langle u_E + u_B \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 = \epsilon_0 E_{qm}^2,$$

dove  $E_0$  è il valore massimo del campo elettrico e  $E_{qm} = E_0/\sqrt{2}$  il suo valore quadratico medio. Si ottiene

$$E_0 \approx 0.095 \text{ Volt/m}.$$

ii) A che distanza da un trasmettitore di onde radio sferiche di  $2 \cdot NC \text{ kW}$  il segnale è comparabile con quello della radiazione di fondo? (**punti** 5)

Per la distanza dall'antenna, vale la relazione

$$I = \langle u \rangle \cdot c = \frac{P}{4\pi D^2} = \frac{12000 \text{ W}}{4\pi D^2}$$

da cui

$$D \approx 8.9 \text{ Km}.$$

Tutto molto sorprendente, no?

- - (totale **punti** esercizio = 9)

- 5.) Un fascio di luce bianca con lunghezze d'onda nell'intervallo da 410 nm a 750 nm incide su di un reticolo di diffrazione con 8500 fenditure per centimetro. La figura di diffrazione viene osservata su uno schermo posto a  $NC/2$  metri al di là del reticolo. Quanto è largo l'intero spettro costituito dalle frange del primo ordine? (cap 24 es 36) (**punti** 6)

L'angolo  $\theta$  a cui vengono a trovarsi i massimi di intensità sullo schermo sono determinati dalla relazione

$$d \sin \theta = n \lambda,$$

dove  $d = 1/8500 \approx 1.1765 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 1.1765 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ , ed  $n = 1$ . La posizione sullo schermo vale

$$x = D \tan \theta.$$

ovvero

$$\begin{aligned} x_1 &\approx 1.115 \text{ m}, & (\text{per } \lambda_1 = 410 \text{ nm}), \\ x_2 &\approx 2.482 \text{ m}, & (\text{per } \lambda_2 = 750 \text{ nm}). \end{aligned}$$

Quindi

$$x_2 - x_1 = 1.367 \text{ m}.$$

Attenzione, non si possono usare formule approssimate del tipo  $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$ , perché  $\theta_1 \approx 20.4^\circ$  e  $\theta_2 \approx 39.6^\circ$ .

- - (totale **punti** esercizio = 6)

- 6.) Un certo tipo di pellicola è sensibile solo alla radiazione di lunghezza d'onda inferiore a 660 nm. Quanto vale l'energia (espressa in eV ed in kcal/mole) necessaria perché possa avvenire la reazione chimica che impressiona la pellicola? **punti** ( 6) (cap 27 es 25)

Il fotone in grado di innescare la reazione chimica sulla molecola della pellicola, deve quindi avere un'energia minima pari a

$$E_{min} = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda_0} \approx 1.88 \text{ eV}.$$

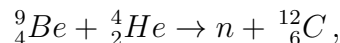
dove  $\lambda_0 = 660 \text{ nm}$ , e  $h$  è la costante di Planck. Per una mole di molecole di pellicola, occorreranno (almeno)

$$\begin{aligned} E_{min} \cdot N_A &\approx 1.88 \text{ eV} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mole}^{-1} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ Joule/eV} \approx 1.81 \text{ Joule/mole} = \\ &\approx 43.26 \text{ Kcal/mole}. \end{aligned}$$

- - (totale **punti** esercizio = 6)

- 7.) J. Chadwick scoprì il neutrone bombardando il  ${}^9_4\text{Be}$  con particelle  $\alpha$ .  
i) Sapendo che un prodotto della reazione è un neutrone (allora sconosciuto) qual è l'altro prodotto? (**punti** 3).

Evidentemente, per le proprietà di conservazione del numero di massa e della carica,



dunque il prodotto della reazione è il Carbonio-12.

- ii) Oltre all'energia cinetica della particella  $\alpha$  incidente, che energia è a disposizione dei prodotti della reazione? (Valore  $Q$  della reazione). Perché? (**punti** 6).

Occorre calcolare le masse e l'energia a riposo dei singoli atomi per vedere se la diversità di energie di legame nucleari fornisce una energia residua

$$\begin{aligned} Q &= (M_{{}^9\text{Be}} + M_{{}^4\text{He}} - m_n - M_{{}^{12}\text{C}}) c^2 = \\ &= (9.0121822 + 4.002603254 - 1.008664916 - 12.) \cdot 931.5 \text{ MeV/uma} = \\ &\approx 5.7 \text{ MeV} \end{aligned}$$

- - (totale **punti** esercizio = 9)