

Fisica 2 per biotecnologie: Prova scritta 24 Giugno 2013

Scrivere immediatamente, **ED IN EVIDENZA**, sui due fogli protocollo consegnati (ed eventuali altri fogli richiesti) la seguente tabella:

NOME : Numero lettere del nome $NN = \dots\dots\dots$

COGNOME : Numero lettere del Cognome $NC = \dots\dots\dots$

NUMERO DI MATRICOLA : = NM

[esempio: Mario ($NN = 5$) Careri ($NC = 6$) matricola 123456 ($NM = 123456$)]

.....PRIMA PARTE (o SECONDA PARTE o PROVA COMPLETA)

nb1: [coloro che svolgono solo la PRIMA PARTE devono risolvere gli esercizi 1,2,3 e 4;

coloro che svolgono solo la SECONDA PARTE devono risolvere gli esercizi 5,6,7 e 8; coloro che svolgono la PROVA COMPLETA devono risolvere almeno gli esercizi 1,2,6 e 8.]

nb2: prima di sostituirvi i valori numerici, scrivere (coerentemente con il testo del problema) le formule utilizzate e giustificarle brevemente. Laddove necessario o richiesto, illustrare con semplici figure il procedimento usato.

È utilizzabile il libro di testo, anche per conoscere quantità necessarie per la risoluzione dei problemi. Tenere a disposizione sul banco un documento di identità .

per superare la prova è necessario accumulare almeno 18 punti

- 1.) In una molecola d'acqua il vettore momento di dipolo elettrico punta dall'atomo di Ossigeno (che risulta in media carico negativamente) lungo la bisettrice dell'angolo tra i due idrogeni (104°). Esso risulta dalla somma vettoriale di due momenti di dipolo elettrico \mathbf{p}_1 e \mathbf{p}_2 che puntano dall'atomo di Ossigeno ai due atomi di Idrogeno (vedi Figura A alla lavagna). Dimostrare che il momento di dipolo elettrico totale $\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$ ha modulo $|\mathbf{p}| = 6.1 \cdot 10^{-30}$ C · m visto che la distanza tra l'Ossigeno e l'Idrogeno d_{HO} vale $0.96 \cdot 10^{-10}$ m e la carica accumulata sull'Idrogeno $q_H = 5.2 \cdot 10^{-20}$ Coulomb. (**punti 4**)
- - (totale **punti** esercizio = 4)

- 2.) Assumendo che la lunghezza di un assone sia $l = 10$ cm ed il suo diametro $D = 20 \mu\text{m}$, stimare la potenza necessaria per pompare all'interno della cellula $NC/2 \cdot 10^{-7}$ moli/($\text{m}^2 \cdot \text{sec}$) di ioni Na^+ durante la propagazione del potenziale di azione. Il flusso di ioni Na deve vincere la differenza di potenziale di 30 mVolt. (**punti 4**)
Sapendo che la costante dielettrica della membrana (di spessore $d \approx 10^{-8}$ m) vale $\epsilon_r = 3$, valutare anche la capacità elettrica dell'assone (in Farad) e l'energia immagazzinata a causa della variazione totale di tensione da - 70 mVolt a 30 mVolt, ovvero 100 mVolt (in Joule). Quanto vale la densità di energia accumulata in Joule/ m^3 ? (**punti 2+3+3**)
- - (totale **punti** esercizio = 12)

- 3.) In una fotocellula la luce ultravioletta fornisce energia sufficiente agli elettroni del Bario per espellerli dalla superficie. Per misurare l'energia cinetica massima degli elettroni viene affiancata alla superficie del Bario una piastra metallica a potenziale negativo rispetto al

Bario. Calcolare la velocità massima degli elettroni emessi sapendo che la differenza di potenziale necessaria ad arrestare gli elettroni più veloci è $\Delta V = -3.02$ Volt. (**punti 4**)

Discutere perché non è rilevante la distanza tra piastra e Bario (**punti 4**)

- - (totale **punti** esercizio = 8)

- 4.) In un acceleratore un protone entra in una zona di campo magnetico uniforme $\mathbf{B} = (0, 0, B_0)$, con $B_0 = 0.33$ Tesla, ed ortogonale alla sua velocità $\mathbf{v} = (v_p, 0, 0)$ con $v_p = NC \cdot 10^6$ m/sec. Stimare l'angolo di cui sarà deviato se il campo magnetico si estende per una lunga fascia (in direzione \hat{y}) larga $d = 5$ cm nella direzione \hat{x} del protone incidente. Fare una figura, scegliendo la direzione \hat{z} uscente dal foglio e diretta verso di voi. (**punti 6**). Quanto varrà il valore assoluto della velocità del protone all'uscita del campo magnetico? (**punti 3**)

- - (totale **punti** esercizio = 9)

- 5.) Una spira circolare di diametro $D = 2 \cdot NN$ cm è esposta ad un campo magnetico \mathbf{B} uniforme di intensità 0.50 Tesla. Calcolare il flusso del campo magnetico attraverso la spira supponendo che il campo sia ortogonale al piano su cui giace la spira (**punti 2**).

Se il campo forma un angolo di 35° con il piano della spira quanto varrà il flusso? (**punti 3**).

Se la spira gira con velocità angolare uniforme a 50 giri al secondo, quanto varrà la corrente massima che attraversa una resistenza di 100 Ohm collegata alla spira? Disegnare l'andamento nel tempo della corrente ben individuando il periodo in secondi e l'ampiezza massima della corrente. (**punti 5**)

- - (totale **punti** esercizio = 10)

- 6.) Si esegue un esperimento di Young con un apparato costituito da due strette fenditure e con luce incidente di lunghezza d'onda $\lambda_i = 2760/NC$ nm. Quali lunghezze d'onda λ_0 dovrebbe avere la radiazione incidente perché si abbia un minimo esattamente nella stessa posizione in cui λ_i produce la frangia (massima) di secondo ordine? (**punti 4**)

Tra le possibili λ_0 ne esistono di quelle localizzabili nel visibile? (**punti 2**).

- - (totale **punti** esercizio = 6)

- 7.) Da quale differenza di potenziale devono essere accelerati un protone ed un elettrone perché questi possiedano una lunghezza d'onda di de Broglie pari a $\lambda = NN \cdot 10^{-11}$ m? (**punti 5**) che energia (in eV) debbono raggiungere? (**punti 2**)

- - (totale **punti** esercizio = 7)

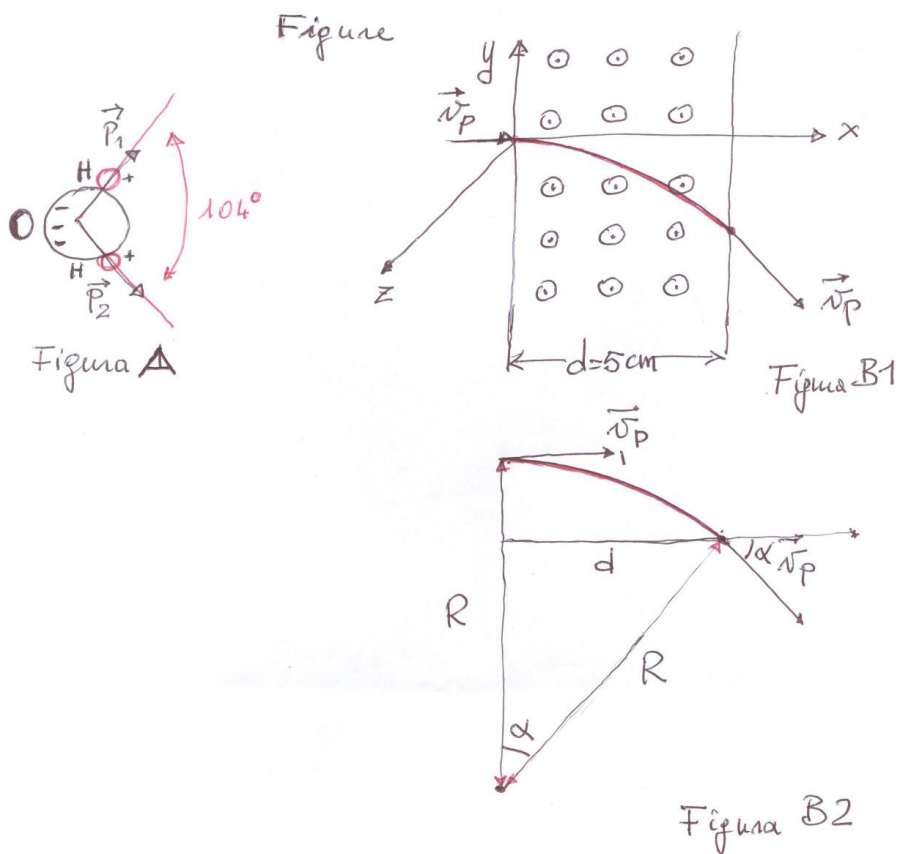
- 8.) Il gas Radon si forma per decadimento α . Scrivete la reazione di decadimento e, trascurando l'energia cinetica del nucleo figlio a causa della sua massa elevata, stimate l'energia cinetica della particella α emessa (**punti 2**). Stimare anche la quantità di moto della particella α e del nucleo figlio (**punti 4**) e quindi l'energia cinetica del nucleo figlio confermando così la validità dell'approssimazione fatta (**punti 4**).

(utilizzare le tavole delle masse atomiche riportate nel testo e giustificarne l'uso)

- - (totale **punti** esercizio = 10)

- - - (totale **punti** della prima parte = 33; della seconda parte = 33; punteggio minimo prova completa = 32)

Figure 1: **Figura A**: schematica rappresentazione dei momenti di dipolo elettrico all'interno della molecola dell'acqua (per esercizio 1.). **Figura B1**: traiettoria del protone dell'esercizio 4.), all'interno del campo magnetico. **Figura B2**: schematizzazione geometrica della traiettoria per la determinazione dell'angolo α .



Fisica 2 per biotecnologie
Prova scritta: 24 Giugno 2013
Soluzione Testo unico

[soluzioni numeriche per i valori dell'esempio:

Mario (NN = 5) Careri (NC = 6) matricola 123456 (NM = 123456)]

- 1.) In una molecola d'acqua il vettore momento di dipolo elettrico punta dall'atomo di Ossigeno (che risulta in media carico negativamente) lungo la bisettrice dell'angolo tra i due idrogeni (104°). Esso risulta dalla somma vettoriale di due momenti di dipolo elettrico \mathbf{p}_1 e \mathbf{p}_2 che puntano dall'atomo di Ossigeno ai due atomi di Idrogeno (vedi Figura A). Dimostrare che il momento di dipolo elettrico totale $\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$ ha modulo $|\mathbf{p}| = 6.1 \cdot 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$ visto che la distanza tra l'Ossigeno e l'Idrogeno d_{HO} vale $0.96 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ e la carica accumulata sull'Idrogeno $q_H = 5.2 \cdot 10^{-20} \text{ Coulomb}$. (**punti 4**)

La molecola d'acqua è simmetrica rispetto alla bisettrice dell'angolo tra i due Idrogeni, in particolare i due momenti di dipolo elettrico \mathbf{p}_1 e \mathbf{p}_2 hanno modulo uguale

$$|\mathbf{p}_1| = |\mathbf{p}_2| = q_H \cdot d_{HO} \approx 4.99 \cdot 10^{-30} \text{ Coulomb} \cdot \text{m}.$$

La proiezione di questi due momenti lungo la bisettrice dell'angolo tra i due Idrogeni si sommerà per fornire il momento di dipolo elettrico totale \mathbf{p} , mentre le proiezioni lungo la direzione perpendicolare alla bisettrice si cancellano. Ne risulta

$$|\mathbf{p}| = 2 \cdot |\mathbf{p}_1| \cdot \cos(104^\circ/2) \approx 6.1 \cdot 10^{-30} \text{ Coulomb} \cdot \text{m}.$$

- 2.) Assumendo che la lunghezza di un assone sia $l = 10 \text{ cm}$ ed il suo diametro $D = 20 \mu\text{m}$, stimare la potenza necessaria per pompare all'interno della cellula $NC/2 \cdot 10^{-7} \text{ moli}/(\text{m}^2 \cdot \text{sec})$ di ioni Na^+ durante la propagazione del potenziale di azione. Il flusso di ioni Na deve vincere la differenza di potenziale di 30 mVolt. $NC/2 \cdot 10^{-7} \text{ moli}/(\text{m}^2 \cdot \text{sec})$ di ioni Na^+ equivalgono a ($NC = 6$)

$$3 \cdot 10^{-7} \text{ moli}/(\text{m}^2 \cdot \text{sec}) \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ moli}^{-1} \approx 1.81 \cdot 10^{17}/(\text{m}^2 \cdot \text{sec}),$$

ioni di Na per m^2 per secondo. Ogni ione trasporta una carica elementare, $q_e \approx 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb}$, quindi una carica totale

$$Q_{tot} \approx 1.81 \cdot 10^{17} \text{ ioni}/(\text{m}^2 \cdot \text{sec}) \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \approx 0.0289 \text{ Coulomb}/(\text{m}^2 \cdot \text{sec})$$

attraversa ogni m^2 in un secondo. Ovvero 0.0289 Ampere attraversano un m^2 di membrana. La superficie della membrana dell'assone (cilindrico) vale $A = 2\pi D/2 \cdot l = 2\pi 10 \mu\text{m} \cdot 0.1 \text{ m} \approx 6.28 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$, perciò la corrente che attraversa la membrana risulta essere

$$I = 0.0289 \text{ Ampere}/\text{m}^2 \cdot 6.28 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \approx 1.82 \cdot 10^{-7} \text{ Ampere}.$$

La potenza necessaria risulta quindi

$$P = V \cdot I = 30 \text{ mVolt} \cdot 1.82 \cdot 10^{-7} \text{ Ampere} \approx 5.45 \cdot 10^{-9} \text{ Watt}.$$

(punti 4)

Sapendo che la costante dielettrica della membrana (di spessore $d \approx 10^{-8} \text{ m}$) vale $\epsilon_r = 3$, valutare anche la capacità elettrica dell'assone (in Farad) e l'energia immagazzinata a causa della variazione totale di tensione da -70 mVolt a 30 mVolt , ovvero 100 mVolt (in Joule). Quanto vale la densità di energia accumulata in Joule/m³?

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d} = 3 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \frac{6.28 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2}{10^{-8} \text{ m}} \approx 1.67 \cdot 10^{-8} \text{ F} = 16.7 \text{ nF}.$$

$$\text{Energia} = \frac{1}{2} CV^2 = 0.5 \cdot 16.7 \cdot 10^{-9} \text{ F} \cdot (0.1 \text{ Volt})^2 \approx 8.35 \cdot 10^{-11} \text{ Joule}.$$

$$u_E = \frac{\text{Energia}}{\text{Volume}} = \frac{\text{Energia}}{A \cdot d} \approx \frac{8.35 \cdot 10^{-11} \text{ Joule}}{6.28 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot 10^{-8} \text{ m}} \approx 1.33 \cdot 10^3 \text{ Joule/m}^3.$$

(punti 8)

-- (totale punti esercizio = 12)

- 3.) In una fotocellula la luce ultravioletta fornisce energia sufficiente agli elettroni del Bario per espellerli dalla superficie. Per misurare l'energia cinetica massima degli elettroni viene affiancata alla superficie del Bario una piastra metallica a potenziale negativo rispetto al Bario. Calcolare la velocità massima degli elettroni emessi sapendo che la differenza di potenziale necessaria ad arrestare gli elettroni più veloci è $\Delta V = -3.02 \text{ Volt}$. Il lavoro fatto dalle forze elettriche sull'elettrone lo frena fino ad annullare la velocità di quelli più veloci. Il lavoro fatto vale $q_e \cdot \Delta V$ e deve uguagliare l'energia cinetica posseduta dagli elettroni più veloci in modo da annullarla.

$$q_e \Delta V = \frac{1}{2} m_e v_e^2.$$

Da cui

$$|v_e| = \sqrt{\frac{2 q_e \cdot \Delta V}{m_e}} \approx \sqrt{\frac{2 (-1.602 \cdot 10^{-19}) \cdot (-3.02)}{9.1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}}} \approx 1.0 \cdot 10^6 \text{ m/sec}.$$

(punti 4)

Discutere perché non è rilevante la distanza tra piastra e Bario (punti 4)

Il lavoro fatto dalle forze elettriche **non** dipende dalla distanza tra le piastre, è fissato dalla differenza di potenziale ΔV . Evidentemente più le piastre sono lontane, minore è il campo elettrico $E = \Delta V / \text{distanza}$, quindi minore la forza (frenante e costante) sull'elettrone $F_e = q_e \cdot E$. Essa però agirà per un tratto più lungo ed il lavoro (L_e) resterà identico

$$L_e = F_e \cdot \text{distanza} = q_e \cdot E \cdot \text{distanza} = q_e \cdot \frac{\Delta V}{\text{distanza}} \cdot \text{distanza} = q_e \cdot \Delta V !$$

-- (totale punti esercizio = 8)

- 4.) In un acceleratore un protone entra in una zona di campo magnetico uniforme $\mathbf{B} = (0, 0, B_0)$, con $B_0 = 0.33 \text{ Tesla}$, ed ortogonale alla sua velocità $\mathbf{v} = (v_p, 0, 0)$ con $v_p = NC \cdot 10^6 \text{ m/sec}$. Stimare l'angolo di cui sarà deviato se il campo magnetico si estende per una lunga fascia (in direzione \hat{y}) larga $d = 5 \text{ cm}$ nella direzione \hat{x} del protone incidente. Fare una figura, scegliendo la direzione \hat{z} uscente dal foglio e diretta verso di voi. (**punti 6**).

La forza che il campo magnetico \mathbf{B} esercita su una carica q in movimento con velocità \mathbf{v} , vale

$$\mathbf{F}_B = q \mathbf{v} \times \mathbf{B},$$

ed è ortogonale sia a \mathbf{v} che a \mathbf{B} . In particolare, se la velocità della carica è ortogonale al campo, la sua traiettoria risulterà un arco di cerchio di raggio

$$R = \frac{m_q |\mathbf{v}|}{q |\mathbf{B}|},$$

dove m_q è la massa della particella carica. Nel caso del protone il raggio risulterà

$$R_p = \frac{m_p |\mathbf{v}|}{q_p |\mathbf{B}|} = \frac{1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ Kg} \cdot 6 \cdot 10^6 \text{ m/sec}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0.33 \text{ Tesla}} \approx 0.19 \text{ m}.$$

L'angolo (β) che faranno le due velocità sarà l'angolo tra i due raggi del cerchio tra i punti di entrata e di uscita (le velocità sono ortogonali ai raggi e quindi l'angolo risulta uguale), vale

$$R_p \sin \beta = d,$$

quindi

$$\beta = \arcsin \frac{d}{R_p} = d \frac{q_e |\mathbf{B}|}{m_p |\mathbf{v}|} \approx 15.3^\circ.$$

(vedi Figure B1 e B2).

Quanto varrà il valore assoluto della velocità del protone all'uscita del campo magnetico? (**punti 3**)

Il modulo della velocità non cambia perchè il campo magnetico esercita una forza sempre ortogonale alla velocità .

- - (totale **punti** esercizio = 9)

- 5.) Una spira circolare di diametro $D = 2 \cdot NN \text{ cm}$ è esposta ad un campo magnetico \mathbf{B} uniforme di intensità 0.50 Tesla . Calcolare il flusso del campo magnetico attraverso la spira supponendo che il campo sia ortogonale al piano su cui giace la spira (**punti 2**).

In questo caso il flusso di \mathbf{B} attraverso la spira, definito da

$$\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} \approx \sum_i \mathbf{B}_i \cdot d\mathbf{a}_i = B \sum_i da_i = B \cdot \pi(D/2)^2 \approx 0.0039 \text{ Tesla} \cdot \text{m}^2.$$

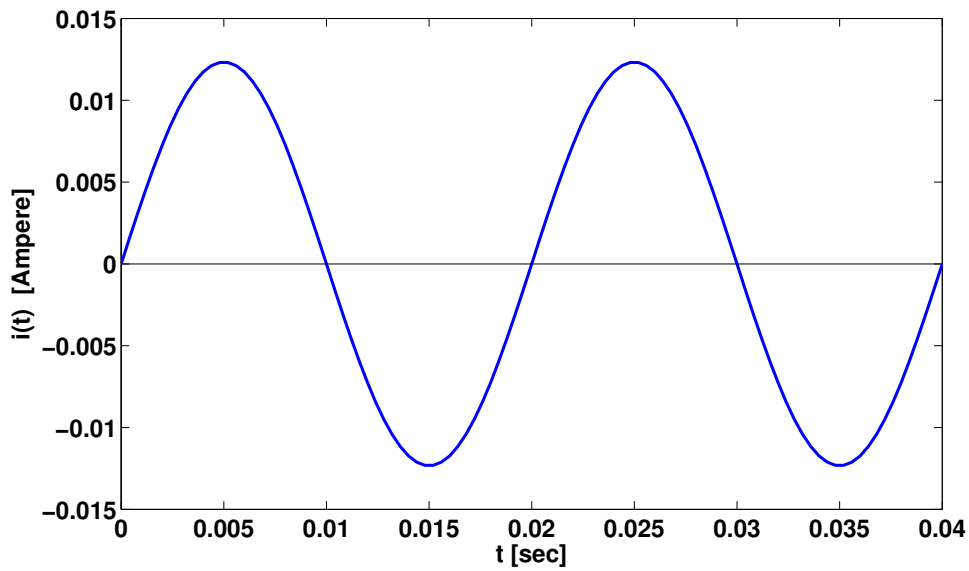


Figure 2: Andamento della corrente nel tempo. È evidente l'andamento secondo il $\sin \omega t$ con un periodo $T = 0.02$ sec. L'ampiezza della corrente vale $i_0 = 0.0123$ Ampere. La figura include due periodi interi ($0 \leq t \leq 0.04$ sec).

Se il campo forma un angolo di 35° con il piano della spira quanto varrà il flusso? (punti 3).

In questo caso

$$\begin{aligned} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} &\approx \sum_i \mathbf{B}_i \cdot d\mathbf{a}_i = B \cos(90^\circ - 35^\circ) \sum_i da_i = \\ &= B \cos 55^\circ \cdot \pi(D/2)^2 \approx [0.0039 \text{ Tesla} \cdot \text{m}^2] \cos 55^\circ \approx 0.0023 \text{ Tesla} \cdot \text{m}^2. \end{aligned}$$

Se la spira gira con velocità angolare uniforme a 50 giri al secondo, quanto varrà la corrente massima che attraversa una resistenza di 100 Ohm collegata alla spira? Disegnare l'andamento nel tempo della corrente ben individuando il periodo in secondi e l'ampiezza massima della corrente. (punti 5)

In questo caso flusso concatenato con la spira cambia nel tempo ed il suo andamento dipenderà da come sono posizionate spira e campo all'istante in cui inizia il moto ($t = 0$). Supponendo quindi che a $t = 0$ il flusso concatenato con la spira sia massimo

$$\begin{aligned} \Phi_B(t) = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} &\approx \sum_i \mathbf{B}_i \cdot d\mathbf{a}_i = B \cos(\omega t) \sum_i da_i = \\ &= B \cos \omega t \cdot \pi(D/2)^2 \approx [0.0039 \text{ Tesla} \cdot \text{m}^2] \cos \omega t, \end{aligned}$$

e a $t = 0$ $\Phi_B(t = 0) = 0.0039 \text{ Tesla} \cdot \text{m}^2$. Si noti che $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$, dove $f = 50$ Hz (50 giri al secondo), e $T = 1/f = 0.02$ sec.

La forza elettromotrice indotta (ϵ) si trova dalla legge di Faraday

$$\begin{aligned}\epsilon(t) &= -\frac{d\Phi_B(t)}{dt} = \omega [0.0039 \text{ Tesla} \cdot \text{m}^2] \sin \omega t = \\ &\approx 1.23, \text{ Volt} \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{T} t \right],\end{aligned}\quad (1)$$

mentre la corrente risulterà ($R = 100 \text{ Ohm}$)

$$i(t) = \frac{\epsilon(t)}{R} \approx 0.0123 \text{ Ampere} \sin \left[\frac{2\pi}{T} t \right] \rightarrow i_0 \sin \left[\frac{2\pi}{T} t \right].$$

Dunque l'ampiezza della corrente vale $i_0 = 0.0123 \text{ Ampere}$ ed il periodo $T = 0.02 \text{ sec}$ (vedi Figura 2).

- 6.) Si esegue un esperimento di Young con un apparato costituito da due strette fenditure e con luce incidente di lunghezza d'onda $\lambda_i = 2760/NC \text{ nm}$. Quali lunghezze d'onda λ_0 dovrebbe avere la radiazione incidente perché si abbia un minimo esattamente nella stessa posizione in cui λ_i produce la frangia (massima) di secondo ordine? **(punti 4)**

La posizione del secondo massimo è determinata dalla relazione (d è la distanza tra le fenditure)

$$d \sin \theta_n = n \lambda_i \quad \text{con } n = 2.$$

La posizione dei minimi dalla relazione

$$d \sin \theta_k = \left(k + \frac{1}{2} \right) \lambda_0 \quad \text{con } k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

La distanza d è fissata dall'apparato e deve accadere

$$\sin \theta_2 = \sin \theta_k$$

perché i minimi ed il massimo coincidano. Conclusione

$$\left(k + \frac{1}{2} \right) \lambda_0 = 2 \lambda_i$$

ovvero

$$\lambda_0 = \frac{2}{k + 1/2} \lambda_i$$

Tra le possibili λ_0 ne esistono di quelle localizzabili nel visibile? **(punti 2)**.

Lo spettro visibile si estende nella regione delle lunghezze d'onda

$$400 \text{ nm} \leq \lambda \leq 750 \text{ nm},$$

l'unica lunghezza d'onda che rientra in questa regione dello spettro è quella corrispondente a $k = 1$, $\lambda_0 = 613.33 \text{ nm}$.

Table 1: Lunghezze d'onda che hanno un minimo nella posizione del secondo massimo dell'esperimento di Young relativo all'esercizio 6.).

k	0	1	2	3	4	5	...
λ_0 [nm]	1840	613.33	368	262.86	204.44	167.27	...

- 7.) Da quale differenza di potenziale devono essere accelerati un protone ed un elettrone perché questi possiedano una lunghezza d'onda di de Broglie pari a $\lambda = NN \cdot 10^{-11}$ m? (punti 5)

La lunghezza d'onda di de Broglie è legata alla quantità di moto ($p = mv$) della particella, tramite la costante di Planck (h)

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv},$$

quindi a fissata λ per masse più grandi (come nel caso del protone rispetto all'elettrone) le velocità saranno molto più piccole e quindi più piccole le energie cinetiche e quindi più piccolo il potenziale accelerante. In dettaglio, L'energia cinetica acquisita per mezzo del potenziale accelerante V_0 , varrà

$$E_{cinetica} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = q_e V_0$$

ovvero

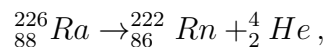
$$V_0 = \frac{1}{q_e} \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{q_e} \frac{h^2}{2m\lambda^2} \approx 602 \text{ Volt (per l'elettrone)} \approx 0.33 \text{ Volt (per il protone)}.$$

che energia cinetica (in eV) debbono raggiungere? (punti 2)

Evidentemente 602 eV per l'elettrone e 0.33 eV per il protone.

- 8.) Il gas Radon si forma per decadimento α . Scrivete la reazione di decadimento e, trascurando l'energia cinetica del nucleo figlio a causa della sua massa elevata, stimate l'energia cinetica della particella α emessa (punti 2).

La reazione (α) di produzione di Radon può essere facilmente ricostruita sapendo che la particella α corrisponde al nucleo di Elio (${}^4_2\text{He}$) con numero di massa 4 e numero atomico 2,



ed il bilancio energetico di ogni reazione α si scrive:

$$M_P c^2 = M_F c^2 + M_\alpha c^2 + Q$$

dove le energie a riposo degli elettroni sono già bilanciate dal prendere in considerazione le masse atomiche (e le rispettive energie a riposo) degli ATOMI Padre (M_P), figlio (M_F) e della particella α , (ovvero l' ${}^4_2\text{He}$). L'energia residua Q è divisa tra energia cinetica della particella α ed energia cinetica del nucleo figlio. Trascurando questa ultima come proposto dal testo si ha:

$$\begin{aligned} Q &\approx E_{cinetica,\alpha} = c^2 [M_{Ra} - M_{Rn} - M_{He}] = \\ &\approx 931.5 \text{ MeV}/uma \cdot [226.025403 - 222.017570 - 4.002603] uma \approx 4.87 \text{ MeV} . \end{aligned}$$

Stimare anche la quantità di moto della particella α e del nucleo figlio (**punti 4**) e quindi l'energia cinetica del nucleo figlio confermando così la validità dell'approssimazione fatta (**punti 4**).

La stima dell'energia cinetica

$$\frac{p_\alpha^2}{2M_\alpha} \approx 4.87 \text{ MeV} ,$$

permette di stimare anche la quantità di moto p_α ,

$$p_\alpha = \sqrt{2M_\alpha E_{cinetica,\alpha}} \approx 1.02 \cdot 10^{-19} \text{ Kg} \cdot \text{m}/\text{sec} .$$

Per conservazione della quantità di moto anche il nucleo figlio (Rn) deve acquisire una quantità di moto uguale ed opposta (in verso), quindi l'energia cinetica del nucleo figlio diventa, ovvero $P_F = -p_\alpha$, quindi

$$E_{cinetica,F} = \frac{P_F^2}{2M_F} = \frac{p_\alpha^2}{2M_F} \approx 1.41 \cdot 10^{-14} \text{ Joule} \approx 0.09 \text{ MeV} ,$$

da confrontare con l'energia cinetica della particella α di 4.87 MeV, confermando la bontà dell'approssimazione fatta.