

## Misure di resistenza: voltmetro a monte ed a valle

1. Un voltmetro (V) ed un amperometro (A) sono montati come in figura 2 (voltmetro a monte) per la misura di una resistenza  $R = 100 \Omega$ . Sapendo che la resistenza interna del voltmetro vale  $R_V = 1 \text{ K}\Omega$  e quella dell'amperometro vale  $R_A = 10 \Omega$ , stabilire:
  - a) i valori letti su (A) e (V);
  - b) l'errore sul valore della resistenza stimato tramite il rapporto  $\frac{(V)}{(A)}$  rispetto al valore vero  $R = 100 \Omega$ ;
  - c) se la misura è in difetto o in eccesso.
  
3. Un voltmetro (V) ed un amperometro (A) sono montati come in figura 2 (voltmetro a valle) per la misura di una resistenza  $R = 100 \Omega$ . Sapendo che la resistenza interna del voltmetro vale  $R_V = 1 \text{ K}\Omega$  e quella dell'amperometro vale  $R_A = 10 \Omega$ , stabilire:
  - a) i valori letti su (A) e (V);
  - b) l'errore sul valore della resistenza stimato tramite il rapporto  $\frac{(V)}{(A)}$  rispetto al valore vero  $R = 100 \Omega$ ;
  - c) se la misura è in difetto o in eccesso.

## Soluzione

1. Un voltmetro (V) ed un amperometro (A) sono montati come in Figura 1 (voltmetro a monte) per la misura di una resistenza  $R = 100 \Omega$ . Sapendo che la resistenza interna del voltmetro vale  $R_V = 1 \text{ K}\Omega$  e quella dell'amperometro vale  $R_A = 10 \Omega$ , stabilire:

- a) i valori letti su (A) e (V);

La corrente  $i$  erogata dalla batteria si dividerà in due rami, una attraverserà il voltmetro ( $i_V$ ), l'altra la resistenza dell'amperometro  $R_A$  e la resistenza  $R$  ( $i_R = i_A$ ). Il valore di corrente letto su l'amperometro (valore (A)) sarà il valore della corrente che lo attraversa  $i_A$ , ovvero (vedi Figura 3):

$$\begin{aligned} (A) = i_A &= \frac{V_0}{R + R_A} = \\ &= \frac{5 \text{ V}}{10 + 100 \Omega} = \frac{5}{110} \text{ Ampere.} \end{aligned}$$

D'altra parte la differenza di potenziale (V) misurata dal voltmetro coincide con la tensione ai capi della batteria.

- b) l'errore sul valore della resistenza stimato tramite il rapporto  $\frac{(V)}{(A)}$  rispetto al valore vero  $R = 100 \Omega$ ; (punti 4)

Si ha

$$\frac{(V)}{(A)} = \frac{V_0}{i_A} = \frac{V_0}{V_0/(R + R_A)} = R \left( 1 + \frac{R_A}{R} \right) = 110 \Omega.$$

La resistenza misurata contiene un errore pari a  $R_A/R$ , piccolo solo per piccoli valori di  $R_A/R$ .

- c) se la misura è in difetto o in eccesso?

La misura è in eccesso poiché la differenza di potenziale misurata dal voltmetro è più grande del valore della differenza di potenziale ai capi della resistenza, mentre la corrente misurata dall'amperometro è l'effettiva corrente che attraversa la resistenza.

2. Un voltmetro (V) ed un amperometro (A) sono montati come in Figura 2 (voltmetro a valle) per la misura di una resistenza  $R = 100 \Omega$ . Sapendo che la resistenza interna del voltmetro vale  $R_V = 1 \text{ K}\Omega$  e quella dell'amperometro vale  $R_A = 10 \Omega$ , stabilire:

a) i valori letti su (A) e (V);

La corrente che circola in (A) ( $i_A$ ) si dividerà in due rami, una attraverserà il volmetro ( $i_V$ ), l'altra la resistenza  $R$  ( $i_R$ ), ovvero

$$\begin{aligned}(A) = i_A &= i_V + i_R = \frac{V_0}{R_A + \frac{R_V R}{R + R_V}} = \\ &= \frac{5 V}{10 \Omega + \frac{100 \cdot 1000}{100 + 1000} \Omega} = \frac{55}{1110} \text{ Ampere},\end{aligned}$$

dove  $R_{eq}$  è data dalla serie di  $R_A$  con il parallelo di  $R_V$  con  $R$ .

Si ha

$$(V) = V_0 - i_A \cdot R_A = \frac{V_0}{R_{eq}} = 5 V - \frac{55}{1110} A \cdot 10 \Omega = \frac{500}{111} \approx 4.5 V.$$

b) l'errore sul valore della resistenza stimato tramite il rapporto  $\frac{(V)}{(A)}$  rispetto al valore vero  $R = 100 \Omega$ ;

dato che  $(A) \equiv i_A$ ,

$$\frac{(V)}{(A)} = \frac{V_0 - i_A \cdot R_A}{i_A} = \frac{V_0}{i_A} - R_A = \frac{V_0}{\frac{V_0}{R_A + \frac{R_V R}{R + R_V}}} - R_A = R \frac{1}{1 + R/R_V} \approx 90.9 \Omega.$$

c) se la misura è in difetto o in eccesso.

La misura sottostima il valore vero della resistenza, la corrente misurata, infatti, non è quella che realmente circola nella resistenza, quest'ultima è solo una frazione di  $i_A$ .