

COGNOME NOME Matr.

Analisi Matematica II (EA)

11 gennaio 2012

Esercizio 1 (7 punti)

Sia α la curva costituita dall'unione della circonferenza di centro $(0, 0, 0)$ e raggio 2 (contenuta nel piano $\{z = 0\}$ e percorsa in senso antiorario) e del segmento verticale congiungente il punto iniziale $(2, 0, 0)$ con il punto finale $(2, 0, -2)$. Si calcoli l'integrale curvilineo di $\mathbf{v} = (x + z, y + z, x - y)$ lungo la curva α .

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 2 (7 punti)

Sia $\beta > 0$ e sia f la funzione definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 - xy + y^4}{(x^2 + y^2)^\beta} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0) . \end{cases}$$

- (i) Determinare qual è l'insieme dei valori di $\beta > 0$ per cui f è continua in \mathbf{R}^2 .
(ii) Determinare qual è l'insieme dei valori di $\beta > 0$ per cui f è differenziabile in \mathbf{R}^2 .

Risultati:

Calcoli:

Esercizio 3 (8 punti)

Sia S la superficie

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid (x, y) \in T, z = 2 + xy - x^2 - y^2\},$$

ove T è il triangolo di vertici $(0,0)$, $(2,0)$, $(0,1)$. Si determinino il massimo assoluto e il minimo assoluto della funzione $G(x, y, z) = 3x - y + z$ sulla superficie S .

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 4 (8 punti)

Nel piano (x, z) sia γ la curva di parametrizzazione $x = r(\psi) \cos \psi$, $z = r(\psi) \sin \psi$, con $\psi \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ e $r(\psi) = \cos \psi$, e sia D la regione contenuta all'interno del sostegno di γ . Si calcoli il volume del solido di rotazione ottenuto ruotando l'insieme D attorno all'asse z .

[Suggerimento: utilizzare le coordinate sferiche, o qualche variante opportuna...]

Risultato:

Calcoli: