

1. (6 punti) Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin(x^2)} - \cos(2x)}{\log(1 + 3x) - 3 \sin x}.$$

1. (6 punti) Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) - 2 \log(1+x)}{\cos(3x) - e^{\sin(2x^2)}}.$$

1. (6 punti)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - e^{\sin(x^2)}}{2 \sin x + \log(1 - 2x)}.$$

1. (6 punti)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 - 3x) + \sin(3x)}{e^{\sin(2x^2)} - \cos(2x)}.$$

2. (6 punti) Studiate, in funzione del parametro reale  $\alpha$ , la convergenza degli integrali generalizzati

$$\int_0^{+\infty} \frac{x + \sin x}{x^\alpha (x^2 + 1)^\alpha} dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{x + \sin x}{x^\alpha (x^2 + 1)^\alpha} e^{-x} dx.$$

2. (6 punti) Studiate, in funzione del parametro reale  $\alpha$ , la convergenza degli integrali generalizzati

$$\int_0^{+\infty} \frac{x + \cos x}{x^{2\alpha}(x^4 + 1)^\alpha} dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{x + \cos x}{x^{2\alpha}(x^4 + 1)^\alpha} e^{-x} dx.$$

2. (6 punti) Studiate, in funzione del parametro reale  $\alpha$ , la convergenza degli integrali generalizzati

$$\int_0^{+\infty} \frac{x + \cos(2x)}{x^\alpha(x^4 + 1)^\alpha} dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{x + \cos(2x)}{x^\alpha(x^4 + 1)^\alpha} e^{-x} dx.$$

2. (6 punti) Studiate, in funzione del parametro reale  $\alpha$ , la convergenza degli integrali generalizzati

$$\int_0^{+\infty} \frac{x + \log(1+x)}{x^{2\alpha}(x^2+1)^\alpha} dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{x + \log(1+x)}{x^{2\alpha}(x^2+1)^\alpha} e^{-x} dx.$$

3. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2e^{x-y} \cos x, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

3. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = e^{2x-y} \cos(2x), \\ y(0) = -\log 2. \end{cases}$$

3. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = e^{x-y/2} \cos x, \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

3. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = e^{2y-x/2} \cos(x/2), \\ y(0) = -1/2. \end{cases}$$