

1. (6 punti) Per  $a \in \mathbf{R}$  sia  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + a, & \text{per } x < -1 \\ -x2^{-2x}, & \text{per } x \geq -1. \end{cases}$

- Per quale valore di  $a$  la funzione  $f$  è continua?
- Per tale valore di  $a$  disegnate approssimativamente il grafico di  $f$  e trovate se esistono e quali sono i punti di massimo e minimo relativo ed assoluto.

1. (6 punti) Per  $b \in \mathbf{R}$  sia  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x) = \begin{cases} x^{2^{2x}}, & \text{per } x < 1 \\ x^2 - 3x + b, & \text{per } x \geq 1. \end{cases}$

- Per quale valore di  $b$  la funzione  $f$  è continua?
- Per tale valore di  $b$  disegnete approssimativamente il grafico di  $f$  e trovate quali sono i punti di massimo e minimo relativo ed assoluto.

1. (6 punti) Per  $b \in \mathbf{R}$  sia  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + b, & \text{per } x < -1 \\ -(x-1)2^{-2x}, & \text{per } x \geq -1. \end{cases}$

- Per quale valore di  $b$  la funzione  $f$  è continua?
- Per tale valore di  $b$  disegnate approssimativamente il grafico di  $f$  e trovate se esistono e quali sono i punti di massimo e minimo relativo ed assoluto.

1. (6 punti) Per  $a \in \mathbf{R}$  sia  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x) = \begin{cases} (x+1)2^{2x}, & \text{per } x < 1 \\ x^2 - 4x + a, & \text{per } x \geq 1. \end{cases}$

- Per quale valore di  $a$  la funzione  $f$  è continua?
- Per tale valore di  $a$  disegnate approssimativamente il grafico di  $f$  e trovate quali sono i punti di massimo e minimo relativo ed assoluto.

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 25y = 3 \cos(5x), \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 9y = 2 \sin(3x), \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 16y = -2 \cos(4x), \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 4y = -3 \sin(2x), \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$



**3. (6 punti)** Sia  $R = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq ax^2 \text{ per } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq bx^2 + c \text{ per } 1 \leq x \leq 2\}$ , ove  $y = ax^2$  è la parabola passante per  $(0, 0)$  e  $(1, \frac{1}{4})$  e  $y = bx^2 + c$  è la parabola passante per  $(1, \frac{1}{4})$  e  $(2, 0)$ . Si determini il volume dell'insieme ottenuto ruotando  $R$  attorno all'asse  $Y$ .

**3. (6 punti)** Sia  $R = \{(x, y) \mid cx^2 \leq y \leq ax^2 + b \text{ per } 0 \leq x \leq 1\}$ , ove  $y = cx^2$  è la parabola passante per  $(0, 0)$  e  $(1, 1)$  e  $y = ax^2 + b$  è la parabola passante per  $(1, 1)$  e  $(0, 2)$ . Si determini il volume dell'insieme ottenuto ruotando  $R$  attorno all'asse  $Y$ .

**3. (6 punti)** Sia  $R = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq ax^2 \text{ per } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq bx^2 + c \text{ per } 1 \leq x \leq 2\}$ , ove  $y = ax^2$  è la parabola passante per  $(0, 0)$  e  $(1, 1)$  e  $y = bx^2 + c$  è la parabola passante per  $(1, 1)$  e  $(2, 0)$ . Si determini il volume dell'insieme ottenuto ruotando  $R$  attorno all'asse  $Y$ .

**3. (6 punti)** Sia  $R = \{(x, y) \mid cx^2 \leq y \leq ax^2 + b \text{ per } 0 \leq x \leq 1\}$ , ove  $y = cx^2$  è la parabola passante per  $(0, 0)$  e  $(1, \frac{1}{2})$  e  $y = ax^2 + b$  è la parabola passante per  $(1, \frac{1}{2})$  e  $(0, 1)$ . Si determini il volume dell'insieme ottenuto ruotando  $R$  attorno all'asse  $Y$ .