

1. (6 punti) Studiate la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (x-3)e^{-\frac{1}{x-1}}, & \text{per } x \neq 1 \\ 0 & \text{per } x = 1. \end{cases}$$

e disegnate il grafico (indicando massimi e minimi ed eventuali asintoti; non è richiesto lo studio della derivata seconda).

1. (6 punti) Studiate la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)e^{-\frac{1}{x+1}}, & \text{per } x \neq -1 \\ 0 & \text{per } x = -1. \end{cases}$$

e disegnatene il grafico (indicando massimi e minimi ed eventuali asintoti; non è richiesto lo studio della derivata seconda).

1. (6 punti) Studiate la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (3-x)e^{-\frac{1}{x-1}}, & \text{per } x \neq 1 \\ 0 & \text{per } x = 1. \end{cases}$$

e disegnate il grafico (indicando massimi e minimi ed eventuali asintoti; non è richiesto lo studio della derivata seconda).

1. (6 punti) Studiate la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (1-x)e^{-\frac{1}{x+1}}, & \text{per } x \neq -1 \\ 0 & \text{per } x = -1. \end{cases}$$

e disegnate il grafico (indicando massimi e minimi ed eventuali asintoti; non è richiesto lo studio della derivata seconda).

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = xe^{2x+y}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Verificate inoltre se è possibile calcolare il limite della soluzione per $x \rightarrow +\infty$, e se è possibile dite quanto vale.

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 2xe^{x+2y}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Verificate inoltre se è possibile calcolare il limite della soluzione per $x \rightarrow +\infty$, e se è possibile dite quanto vale.

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = xe^{x-2y}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Verificate inoltre se è possibile calcolare il limite della soluzione per $x \rightarrow +\infty$, e se è possibile dite quanto vale.

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 2xe^{2x-y}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Verificate inoltre se è possibile calcolare il limite della soluzione per $x \rightarrow +\infty$, e se è possibile dite quanto vale.

3. (6 punti) Sia K la regione interna all'ellisse $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid \frac{x^2}{4} + y^2 = 1\}$, contenuta nel semipiano $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid y \geq 0\}$ e al di sopra della retta $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid y = \frac{\sqrt{3}}{2}x\}$. Calcolate l'area di K .

3. (6 punti) Sia K la regione interna all'ellisse $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid \frac{x^2}{4} + y^2 = 1\}$, contenuta nel semipiano $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid y \geq 0\}$ e al di sopra della retta $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x\}$. Calcolate l'area di K .

3. (6 punti) Sia K la regione interna all'ellisse $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + \frac{y^2}{4} = 1\}$, contenuta nel semipiano $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x \geq 0\}$ e al di sotto della retta $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid y = \frac{2}{\sqrt{3}}x\}$. Calcolate l'area di K .

3. (6 punti) Sia K la regione interna all'ellisse $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + \frac{y^2}{4} = 1\}$, contenuta nel semipiano $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid y \geq 0\}$ e al di sopra della retta $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid y = -\frac{2}{\sqrt{3}}x\}$. Calcolate l'area di K .