

COGNOME

NOME

Matr.

Analisi Matematica 2

12 giugno 2017

Esercizio 1 (7 punti) Si considerino gli insiemi $A \subset \mathbf{R}^3$ e $B \subset \mathbf{R}^3$ definiti da $A := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x + y + z = 2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$ e $B := A \cap \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z \geq 1\}$.

1. Rappresentare graficamente entrambi gli insiemi.
2. Calcolare i punti di massimo assoluto e di minimo assoluto sull'insieme B della funzione $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2/3$.

Soluzione:

Esercizio 2 (7 punti)

1. Per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ il campo vettoriale $F : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ definito da:

$$F(x, y, z) = (2x \sin(yz) + 1, x^2 z \cos(yz) - z^\alpha, x^2 y \cos(yz) - \alpha z y)$$

è conservativo?

2. Per ognuno dei valori di α calcolati al punto 1, determinare un potenziale U e calcolare inoltre il lavoro del corrispondente campo F lungo la curva di parametrizzazione $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t)$, $t \in [0, \pi]$.

Soluzione:

Esercizio 3 (8 punti)

Sia $V = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + (y - z)^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq 1\}$. Si calcoli $\iiint_V (y + z) \, dx dy dz$.

Soluzione:

Esercizio 4 (8 punti)

Si considerino il campo vettoriale $\vec{F}(x, y, z) = (z^2, 0, z)$ e la superficie $S \subset \mathbf{R}^3$ definita da

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid z = \alpha\sqrt{x^2 + y^2}, 1 \leq z \leq 4\},$$

dove α è un numero reale positivo. Si determini il valore di α in modo che il flusso di \vec{F} attraverso S (scegliendo la normale che punti verso l'alto) valga π .

Soluzione: