

COGNOME NOME Matr.

Analisi Matematica II (Amb–Civ)
14 gennaio 2013

Esercizio 1 (8 punti) Fissato $r > 0$, calcolate il volume del cilindro troncato C così definito:

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid (x, y) \in Q, 0 \leq z \leq x + r, 0 \leq z \leq 2r - x\},$$

ove Q è il quadrato $Q = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid |x| + |y| \leq r\}$.

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 2 (7 punti) Data la funzione $f(x, y, z) = 2x^2 + y^2 - 3z^2 + z$,

(i) si determinino i suoi punti stazionari, e si dica di che tipo sono;

(ii) si determinino il suo massimo assoluto e il suo minimo assoluto in

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + 4y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

Risultati:

--	--

Calcoli:

Esercizio 3 (8 punti) Dato il campo vettoriale $\vec{v}(x, y, z) = (z, -x, y)$,

(i) scegliendo un'orientazione a piacere, si determini il suo integrale curvilineo sulla frontiera della superficie $S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1, z = xy\}$;

(ii) si enunci il teorema del rotore (o teorema di Stokes);

(iii) si verifichi la sua validità calcolando direttamente l'integrale del flusso di $\text{rot } \vec{v}$ attraverso S .

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 4 (7 punti) Si effettuano infiniti lanci (indipendenti) di una moneta che dà testa con probabilità p e croce con probabilità $q = 1 - p$. Per i primi X lanci ($X \geq 1$) il lancio dà lo stesso esito, dopodiché il lancio produce l'altro risultato esattamente per Y volte ($Y \geq 1$). Determinare la legge congiunta e le leggi marginali (ossia la densità congiunta e le densità marginali) del vettore aleatorio (X, Y) e calcolare la speranza di X .

Risultati:

--	--	--

Calcoli: