ANALISI MATEMATICA I	17 febbraio 2009

1. (6 punti)

Si calcoli, in funzione del parametro $t \geq 0$, l'area $A(t)$ della regione compresa fra il grafico di $f(x) = x^2 - t$ e l'asse delle ascisse, con $0 \leq x \leq 2$. [Suggerimento: si distingua il caso $0 \leq t \leq 4$ dal caso $t > 4$.]

Si determini quindi il minimo di $A(t)$ per $t \geq 0$.

ANALISI MATEMATICA I	17 febbraio 2009

1. (6 punti)

Si calcoli, in funzione del parametro $s \geq 0$, l'area $A(s)$ della regione compresa fra il grafico di $f(x) = x^2 - s$ e l'asse delle ascisse, con $0 \leq x \leq 4$. [Suggerimento: si distingua il caso $0 \leq s \leq 16$ dal caso $s > 16$.]

Si determini quindi il minimo di $A(s)$ per $s \geq 0$.

ANALISI MATEMATICA I	17 febbraio 2009

1. (6 punti)

Si calcoli, in funzione del parametro $s \geq 0$, l'area $A(s)$ della regione compresa fra il grafico di $f(x) = x^2 - s$ e l'asse delle ascisse, con $0 \leq x \leq 3$. [Suggerimento: si distingua il caso $0 \leq s \leq 9$ dal caso $s > 9$.]

Si determini quindi il minimo di $A(s)$ per $s \geq 0$.

ANALISI MATEMATICA I	17 febbraio 2009

1. (6 punti)

Si calcoli, in funzione del parametro $t \geq 0$, l'area $A(t)$ della regione compresa fra il grafico di $f(x) = x^2 - t$ e l'asse delle ascisse, con $0 \leq x \leq 1$. [Suggerimento: si distingua il caso $0 \leq t \leq 1$ dal caso $t > 1$.]

Si determini quindi il minimo di $A(t)$ per $t \geq 0$.

ANALISI MATEMATICA I	17 febbraio 2009

2. (6 punti)
Per $x \geq 0$ si consideri la funzione definita da $f(x) = (2 + |6x - 1|)e^{-2x}$. Se ne disegni qualitativamente il grafico (valore per $x = 0$, limite a $+\infty$, crescenza/decrescenza; **non** è richiesto lo studio di convessità/concavità), e quindi, sempre nella semiretta $x \geq 0$, se ne determinino, se esistono, il valore di massimo assoluto e il valore di minimo assoluto.

ANALISI MATEMATICA I	17 febbraio 2009

2. (6 punti)

Per $x \geq 0$ si consideri la funzione definita da $f(x) = (1 + |6x - 2|)e^{-2x}$. Se ne disegni qualitativamente il grafico (valore per $x = 0$, limite a $+\infty$, crescenza/decrescenza; **non** è richiesto lo studio di convessità/concavità), e quindi, sempre nella semiretta $x \geq 0$, se ne determinino, se esistono, il valore di massimo assoluto e il valore di minimo assoluto.

ANALISI MATEMATICA I	17 febbraio 2009

2. (6 punti)

Per $x \geq 0$ si consideri la funzione definita da $f(x) = (3 + |10x - 2|)e^{-2x}$. Se ne disegni qualitativamente il grafico (valore per $x = 0$, limite a $+\infty$, crescenza/decrescenza; **non** è richiesto lo studio di convessità/concavità), e quindi, sempre nella semiretta $x \geq 0$, se ne determinino, se esistono, il valore di massimo assoluto e il valore di minimo assoluto.

ANALISI MATEMATICA I	17 febbraio 2009

2. (6 punti)

Per $x \geq 0$ si consideri la funzione definita da $f(x) = (2 + |10x - 3|)e^{-2x}$. Se ne disegni qualitativamente il grafico (valore per $x = 0$, limite a $+\infty$, crescenza/decrescenza; **non** è richiesto lo studio di convessità/concavità), e quindi, sempre nella semiretta $x \geq 0$, se ne determinino, se esistono, il valore di massimo assoluto e il valore di minimo assoluto.

ANALISI MATEMATICA I	17 febbraio 2009

3. (6 punti)
Per ogni $\beta > 0$ si determini esplicitamente la soluzione $y(x)$ del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} (2x^2+1)y' = y^{3/2} \\ y(0) = \beta\,. \end{cases}$$

Si calcoli quindi il valore di β per cui $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} y(x) = \frac{8}{\pi^2}$.

ANALISI MATEMATICA I	17 febbraio 2009

3. (6 punti)
Per ogni $\beta > 0$ si determini esplicitamente la soluzione $y(x)$ del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} (3x^2+1)y' = y^{5/2} \\ y(0) = \beta\,. \end{cases}$$

Si calcoli quindi il valore di β per cui $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} y(x) = \left(\frac{16}{3\pi^2}\right)^{1/3}$.

ANALISI MATEMATICA I	17 febbraio 2009

3. (6 punti)
Per ogni $\beta > 0$ si determini esplicitamente la soluzione $y(x)$ del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} (4x^2+1)y' = y^{7/2} \\ y(0) = \beta\,. \end{cases}$$

Si calcoli quindi il valore di β per cui $\lim_{x\to+\infty} y(x) = \left(\frac{64}{9\pi^2}\right)^{1/5}$.

ANALISI MATEMATICA I	17 febbraio 2009

3. (6 punti)
Per ogni $\beta > 0$ si determini esplicitamente la soluzione $y(x)$ del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} (5x^2+1)y' = y^{1/2} \\ y(0) = \beta\,. \end{cases}$$

Si calcoli quindi il valore di β per cui $\lim_{x\to-\infty} y(x) = \left(\frac{\pi^2}{80}\right)^{1/3}$.