

1. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{x^2}y + \frac{1}{x^3} \\ y(1) = \alpha. \end{cases}$$

Per quali valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$?

1. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \frac{1}{x^2}y = \frac{1}{x^3} \\ y(1) = \alpha. \end{cases}$$

Per quali valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$?

1. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{x^2}y + \frac{2}{x^3} \\ y(1) = \alpha. \end{cases}$$

Per quali valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$?

1. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \frac{1}{x^2}y = \frac{2}{x^3} \\ y(1) = \alpha. \end{cases}$$

Per quali valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$?

2. (6 punti)

Per ogni $\beta \geq -1$ si calcolino l'area della superficie ottenuta facendo ruotare il grafico

$$G = \{(x, y) \mid 2 \leq x \leq 3, y = \beta x + 1 - 2\beta\} .$$

attorno all'asse Y e l'area della superficie ottenuta facendo ruotare G attorno all'asse X .
Si determini il valore di β per cui le due aree sono uguali.

2. (6 punti)

Per ogni $\beta \geq -1$ si calcolino l'area della superficie ottenuta facendo ruotare il grafico

$$G = \{(x, y) \mid 3 \leq x \leq 4, y = \beta x + 1 - 3\beta\} .$$

attorno all'asse Y e l'area della superficie ottenuta facendo ruotare G attorno all'asse X .
Si determini il valore di β per cui le due aree sono uguali.

2. (6 punti)

Per ogni $\beta \geq -3$ si calcolino l'area della superficie ottenuta facendo ruotare il grafico

$$G = \{(x, y) \mid 2 \leq x \leq 3, y = \beta x + 3 - 2\beta\} .$$

attorno all'asse Y e l'area della superficie ottenuta facendo ruotare G attorno all'asse X .
Si determini il valore di β per cui le due aree sono uguali.

2. (6 punti)

Per ogni $\beta \geq -2$ si calcolino l'area della superficie ottenuta facendo ruotare il grafico

$$G = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 2, y = \beta x + 2 - \beta\} .$$

attorno all'asse Y e l'area della superficie ottenuta facendo ruotare G attorno all'asse X .
Si determini il valore di β per cui le due aree sono uguali.

3. (6 punti) Trovate, se esistono, i punti di massimo e minimo assoluto in $[0, +\infty)$ di f definita da

$$f(x) = \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + \frac{1}{2(x+1)}.$$

3. (6 punti) Trovate, se esistono, i punti di massimo e minimo assoluto in $(-\infty, 0]$ di f definita da

$$f(x) = \left| \frac{x+1}{2-x} \right| + \frac{1}{1-x}.$$

3. (6 punti) Trovate, se esistono, i punti di massimo e minimo assoluto in $[0, +\infty)$ di f definita da

$$f(x) = \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + \frac{1}{x+1}.$$

3. (6 punti) Trovate, se esistono, i punti di massimo e minimo assoluto in $[0, +\infty)$ di f definita da

$$f(x) = \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + \frac{1}{4(x+1)}.$$