

COGNOME NOME Matr.

Analisi Matematica II (EA)
19 dicembre 2012

Esercizio 1 (7 punti)

Dato il campo vettoriale $\vec{v}(x, y) = (y^2, xy^2)$, si determini una funzione $f(y) > 0$ per cui il campo vettoriale $\vec{w}(x, y) = f(y)\vec{v}(x, y)$ sia irrotazionale nella regione $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid y > 0\}$. Se è possibile, si determini anche un potenziale di \vec{w} in D . [È utile ricordare che $(\log f)' = f'/f$.]

Risultati:

Calcoli:

Esercizio 2 (7 punti)

Sia K la regione limitata del piano delimitata dai grafici $\{y = 2e^x - 1\}$, $\{y = 1 - x\}$, $\{y = x - 1\}$ e dai semiassi negativi delle ascisse e delle ordinate. Si calcoli $\iint_K x|y| dx dy$.

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 3 (8 punti)

Sia Q la regione dello spazio ottenuto ruotando attorno all'asse z di un angolo π in senso antiorario l'insieme $\{(x, z) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1 + 2z - z^2, 0 \leq z \leq 2\}$ e di un angolo π in senso orario l'insieme $\{(x, z) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2 - |z - 1|, 0 \leq z \leq 2\}$. Si calcoli $\iiint_Q z \, dx \, dy \, dz$.

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 4 (8 punti)

Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\vec{F}(x, y, z) = (y, z, -x)$ attraverso la superficie

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid z = x^2 - y, (x, y) \in E\},$$

ove E è l'ellisse di semiassi 2 (rispetto a x) e 3 (rispetto a y). [Si scelga la normale che punta verso l'alto, cioè con terza componente positiva.]

Risultato:

Calcoli: