COGNOME | | NOME | | Matr. | |

Analisi Matematica II (EA)

19 dicembre 2012

Esercizio 1 (7 punti)

Dato il campo vettoriale $\vec{v}(x, y) = (x^3 y, x)$, si determini una funzione $g(x) > 0$ per cui il campo vettoriale $\vec{w}(x, y) = g(x)\vec{v}(x, y)$ sia irrotazionale nella regione $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \,|\, x > 0\}$. Se è possibile, si determini anche un potenziale di $\vec{w}$ in D. [È utile ricordare che $(\log g)' = g'/g$.]

Risultati:

Calcoli:

Esercizio 2 (7 punti)

Sia K la regione limitata del piano delimitata dai grafici $\{y = 2e^{-x} - 1\}$, $\{y = x + 1\}$, $\{y = -x - 1\}$, dal semiasse negativo delle ordinate e dal semiasse positivo delle ascisse. Si calcoli $\displaystyle\iint_K |x|y \, dxdy$.

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 3 (8 punti)

Sia Q la regione dello spazio ottenuto ruotando attorno all'asse z di un angolo π in senso antiorario l'insieme $\{(x,z) \in \mathbf{R}^2 \,|\, 0 \le x \le 2z - z^2, 0 \le z \le 2\}$ e di un angolo π in senso orario l'insieme $\{(x,z) \in \mathbf{R}^2 \,|\, 0 \le x \le 1 - |z-1|, 0 \le z \le 2\}$. Si calcoli $\iiint_Q z^2 \, dxdydz$.

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 4 (8 punti)

Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\vec{F}(x, y, z) = (z, x, -y)$ attraverso la superficie

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid z = y^2 - x, (x, y) \in E\},$$

ove E è l'ellisse di semiassi 3 (rispetto a x) e 2 (rispetto a y). [Si scelga la normale che punta verso l'alto, cioè con terza componente positiva.]

Risultato:

Calcoli: