

ANALISI MATEMATICA 2 - Quinto appello		1 settembre 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

1. (6 punti) Considerate il campo vettoriale  $V_\alpha$ , in  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ , definito da

$$V_\alpha(x, y) = \left( y + \frac{\alpha x}{x^2 + 2y^2}, x + \frac{4y}{x^2 + 2y^2} \right).$$

- Date la definizione di campo vettoriale irrotazionale e conservativo.
- Per quale valore  $\bar{\alpha}$  il campo vettoriale  $V_\alpha$  è irrotazionale?
- Per tale valore di  $\bar{\alpha}$  calcolate, se esiste, il potenziale  $F$  di  $V_{\bar{\alpha}}$  tale che

$$F(1, 0) + F(0, 1) = 0.$$

2. (8 punti) Calcolate l'integrale

$$\iint_D \frac{xy}{(x^2 + y^2)^3} dx dy$$

su  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2 \leq x^2 + y^2 \leq 8; 0 \leq x \leq 2; 0 \leq y\}$ .

3. (8 punti) Trovate i punti di massima e minima distanza dall'origine della superficie

$$S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 + y - z = 16\}.$$

4. (8 punti) Trovate il massimo e il minimo di

$$f(x, y) = 1 - 2y + x^2 + y^2$$

su  $E = E_1 \cup E_2$ , dove

$$E_1 = \{0 \leq y \leq 1, x^2 - y^2 + 2y - 1 \leq 0\}, \quad E_2 = \{y \leq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}.$$