COGNOME NOME Matr.

Analisi Matematica II (EA)

20 dicembre 2011

Esercizio 1 (7 punti)

Si determini per quale valore di $\alpha \in \mathbf{R}$ il campo vettoriale

$$\mathbf{v}(x,y) = (1 + y^\alpha - 2xy, 2y + 2xy - x^\alpha)$$

è irrotazionale nel quadrante $Q = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \,|\, x > 0, y > 0\}$. Se possibile, se ne determini quindi un potenziale.

Risultati:

Calcoli:

Esercizio 2 (7 punti)

Si determini il polinomio di secondo grado $P(x) = a + bx + cx^2$ che nell'intervallo $[-1, 1]$ ha distanza minima da $F(x) = x^3+1$ (cioè, si determinino i valori dei coefficienti a, b, c per cui $P(x) = a+bx+cx^2$ minimizza $\int_{-1}^{1}[P(x) - F(x)]^2\, dx$).

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 3 (8 punti)

Si calcoli

$$\iint_A \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dxdy\,,$$

ove A è la regione contenuta nel semipiano $\{(x,y)\in \mathbf{R}^2 \,|\, y\geq 0\}$ e compresa fra il cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 1 e il cerchio di centro $(\sqrt{2},0)$ e raggio 1.

Risultato:

Calcoli:

Esercizio 4 (8 punti)

Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{v}(x, y, z) = (x + y, x - 2y, 3z + x)$ attraverso la superficie $S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid z = \sqrt{x^2 + y^2}, z \leq 1\}$ (scegliendo il versore normale che punti verso il basso).

Risultato: $\boxed{}$

Calcoli: