

1. (6 punti) Trovate, in funzione del parametro reale a , se esistono e quali sono i punti di massimo e di minimo relativo ed assoluto della funzione

$$f_a(x) = \begin{cases} 2^x & \text{se } x < a, \\ xe^{-x} & \text{se } x \geq a. \end{cases}$$

1. (6 punti) Trovate, in funzione del parametro reale b , se esistono e quali sono i punti di massimo e di minimo relativo ed assoluto della funzione

$$f_b(x) = \begin{cases} 3^x & \text{se } x \leq b, \\ xe^{-x} & \text{se } x > b. \end{cases}$$

1. (6 punti) Trovate, in funzione del parametro reale a , se esistono e quali sono i punti di massimo e di minimo relativo ed assoluto della funzione

$$f_a(x) = \begin{cases} 2^{-x} & \text{se } x > a, \\ -xe^x & \text{se } x \leq a. \end{cases}$$

1. (6 punti) Trovate, in funzione del parametro reale b , se esistono e quali sono i punti di massimo e di minimo relativo ed assoluto della funzione

$$f_b(x) = \begin{cases} 3^{-x} & \text{se } x \geq b, \\ -xe^x & \text{se } x < b. \end{cases}$$

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y^2 + 4)(1 - 2x), \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Determinate in quale intervallo contenente $x = 0$ la soluzione è definita ed in quale parte di tale intervallo è crescente.

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y^2 + 9)(1 - x), \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Determinate in quale intervallo contenente $x = 0$ la soluzione è definita ed in quale parte di tale intervallo è crescente.

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y^2 + 4)(1 - 4x), \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Determinate in quale intervallo contenente $x = 0$ la soluzione è definita ed in quale parte di tale intervallo è crescente.

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y^2 + 9)(1 - 3x), \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Determinate in quale intervallo contenente $x = 0$ la soluzione è definita ed in quale parte di tale intervallo è crescente.

3. (6 punti) Determinare l'insieme dei valori di $x \in \mathbf{R}$ per cui la serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2k^2 + e^{-k}}{2^{k+1}} \left(\frac{5x+1}{x^2+1} \right)^k$$

è convergente.

3. (6 punti) Determinare l'insieme dei valori di $x \in \mathbf{R}$ per cui la serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^3 + 2^{-k}}{3^k} \left(\frac{10x - 1}{x^2 + 2} \right)^k$$

è convergente.

3. (6 punti) Determinare l'insieme dei valori di $x \in \mathbf{R}$ per cui la serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k + 3^{-k}}{2^k} \left(\frac{7x + 1}{x^2 + 2} \right)^k$$

è convergente.

3. (6 punti) Determinare l'insieme dei valori di $x \in \mathbf{R}$ per cui la serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3k^2 + e^{-k}}{3^{k+1}} \left(\frac{8x-1}{x^2+1} \right)^k$$

è convergente.