

1. (6 punti) Si calcoli $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^x [\log(1+t) \sin^2(\sqrt{t}) - t^2] dt}{\frac{1}{4}x^4}$.

1. (6 punti) Si calcoli $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^x [(e^t - 1) \sin^2(\sqrt{t}) - t^2] dt}{\frac{1}{2}x^4}$.

1. (6 punti) Si calcoli $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^x [t(e^t - 1) \cos^2(\sqrt{t}) - t^2] dt}{\frac{1}{8}x^4}$.

1. (6 punti) Si calcoli $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^x [t \log(1+t) \cos^2(\sqrt{t}) - t^2] dt}{x^4}$.

2. (6 punti) Siano $a > 0$, $b > 0$, $D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq bx^2, 0 \leq x \leq a\}$, K_X il solido di rotazione ottenuto facendo ruotare D attorno all'asse X e K_Y il solido di rotazione ottenuto facendo ruotare D attorno all'asse Y . Si calcolino l'area di D , il volume di K_X e il volume di K_Y , e si determinino i valori di a e b in modo che l'area di D , il volume di K_X e il volume di K_Y siano tutti uguali.

2. (6 punti) Siano $a > 0$, $b > 0$, $D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq bx^{1/2}, 0 \leq x \leq a\}$, K_X il solido di rotazione ottenuto facendo ruotare D attorno all'asse X e K_Y il solido di rotazione ottenuto facendo ruotare D attorno all'asse Y . Si calcolino l'area di D , il volume di K_X e il volume di K_Y , e si determinino i valori di a e b in modo che l'area di D , il volume di K_X e il volume di K_Y siano tutti uguali.

2. (6 punti) Siano $a > 0$, $b > 0$, $D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq bx^3, 0 \leq x \leq a\}$, K_X il solido di rotazione ottenuto facendo ruotare D attorno all'asse X e K_Y il solido di rotazione ottenuto facendo ruotare D attorno all'asse Y . Si calcolino l'area di D , il volume di K_X e il volume di K_Y , e si determinino i valori di a e b in modo che l'area di D , il volume di K_X e il volume di K_Y siano tutti uguali.

2. (6 punti) Siano $a > 0$, $b > 0$, $D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq bx^{3/2}, 0 \leq x \leq a\}$, K_X il solido di rotazione ottenuto facendo ruotare D attorno all'asse X e K_Y il solido di rotazione ottenuto facendo ruotare D attorno all'asse Y . Si calcolino l'area di D , il volume di K_X e il volume di K_Y , e si determinino i valori di a e b in modo che l'area di D , il volume di K_X e il volume di K_Y siano tutti uguali.

3. (6 punti) Per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$ si determini la soluzione $y = y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 3y' = \cos t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \alpha, \end{cases}$$

e quindi si determini per quali valore di α la soluzione è periodica.

3. (6 punti) Per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$ si determini la soluzione $y = y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 3y' = \sin t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \alpha, \end{cases}$$

e quindi si determini per quali valore di α la soluzione è periodica.

3. (6 punti) Per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$ si determini la soluzione $y = y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 2y' = \cos t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \alpha, \end{cases}$$

e quindi si determini per quali valore di α la soluzione è periodica.

3. (6 punti) Per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$ si determini la soluzione $y = y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' = \sin t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \alpha, \end{cases}$$

e quindi si determini per quali valore di α la soluzione è periodica.