

1. (6 punti)

Sia $f(x) = \frac{2}{3}(x^2 + 1)^{3/2}$. Si calcolino:

- (i) la lunghezza del grafico di $f(x)$ per $x \in [0, 1]$
- (ii) l'area della superficie ottenuta ruotando attorno all'asse y il grafico di $f(x)$ per $x \in [0, 1]$.

1. (6 punti)

Sia $f(x) = \left(x^2 + \frac{2}{3}\right)^{3/2}$. Si calcolino:

- (i) la lunghezza del grafico di $f(x)$ per $x \in [0, 1]$
- (ii) l'area della superficie ottenuta ruotando attorno all'asse y il grafico di $f(x)$ per $x \in [0, 1]$.

1. (6 punti)

Sia $f(x) = \frac{4}{3} \left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^{3/2}$. Si calcolino:

- (i) la lunghezza del grafico di $f(x)$ per $x \in [0, 1]$
- (ii) l'area della superficie ottenuta ruotando attorno all'asse y il grafico di $f(x)$ per $x \in [0, 1]$.

1. (6 punti)

Sia $f(x) = \frac{5}{3} \left(x^2 + \frac{2}{5}\right)^{3/2}$. Si calcolino:

- (i) la lunghezza del grafico di $f(x)$ per $x \in [0, 1]$
- (ii) l'area della superficie ottenuta ruotando attorno all'asse y il grafico di $f(x)$ per $x \in [0, 1]$.

2. (6 punti)

Si utilizzi il criterio del rapporto per discutere per quali valori del parametro $x \in \mathbf{R}$ la seguente serie è convergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2 + |x| - 4)^n}{n^2}.$$

2. (6 punti)

Si utilizzi il criterio del rapporto per discutere per quali valori del parametro $x \in \mathbf{R}$ la seguente serie è convergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2 - |x| - 4)^n}{n^2}.$$

2. (6 punti)

Si utilizzi il criterio del rapporto per discutere per quali valori del parametro $x \in \mathbf{R}$ la seguente serie è convergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2 + |x| - 5)^n}{n^2}.$$

2. (6 punti)

Si utilizzi il criterio del rapporto per discutere per quali valori del parametro $x \in \mathbf{R}$ la seguente serie è convergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2 - |x| - 5)^n}{n^2}.$$

3. (6 punti)

Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2xy - xe^{2x^2} \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Si determinino, se esistono, i valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = -\infty$.

3. (6 punti)

Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 3x^2y - x^2e^{2x^3} \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Si determinino, se esistono, i valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = -\infty$.

3. (6 punti)

Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + 2xy = \frac{x}{e^{2x^2}} \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Si determinino, se esistono, i valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = -\infty$.

3. (6 punti)

Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + 3x^2y = \frac{x^2}{e^{2x^3}} \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Si determinino, se esistono, i valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = -\infty$.