COGNOME | | NOME | | Matr. | |

Analisi Matematica 2

3 febbraio 2017

Esercizio 1 (8 punti)

Si consideri la curva $\vec{\gamma} \subset \mathbf{R}^3$ intersezione fra la superficie di equazione $x = y^2$ ed il grafico della funzione $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$.

- Si fornisca una parametrizzazione dell'arco di $\vec{\gamma}$ che collega il punto $(1, -1, \sqrt{2})$ con il punto $(4, 2, \sqrt{20})$.
- $\vec{\gamma}$ è regolare? Motivare la risposta.
- Si calcoli l'integrale lungo $\vec{\gamma}$ della funzione $g(x,y,z) = \sqrt{1+x}\,(9y + 16xy)$.

Soluzione:

Esercizio 2 (7 punti)
Si consideri l'insieme $\Omega \subset \mathbf{R}^2$ definito da $\Omega = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2, y^2 - x^2 \leq 1\}$.

- Si rappresenti graficamente Ω.
- Si calcolino i punti di massimo e di minimo assoluto su Ω delle funzione $f(x, y) = x + 2y - 1$.

Soluzione:

Esercizio 3 (7 punti)
Si consideri la curva $\vec{\alpha}(t) = (t - t^3, 1 - t^2)$, $t \in [-1, 1]$.

- Si verifichi che la curva è chiusa, e se ne disegni approssimativamente il sostegno, indicando il verso di percorrenza.
- Si calcoli l'area dell'insieme racchiuso dal sostegno di $\vec{\alpha}$.
- Qual è il versore normale $\vec{N}$ nel punto $\vec{\alpha}(0)$?

Soluzione:

Esercizio 4 (8 punti)

Si considerino il campo vettoriale $\vec{F}(x, y, z) = (x, y, y^2 - x^2)$ e l'insieme $V \subset \mathbf{R}^3$ definito da

$$V = \left\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z \leq 1 - x^2 - 2x - 2y^2, z \geq 3x^2 + 2x - y^2 + y - \frac{7}{4}\right\}.$$

Si calcoli il flusso uscente di $\vec{F}$ attraverso il bordo di V (cioè la superficie ∂V che delimita V).

Soluzione: